



МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА
И ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
ИМЕНИ СЕРГО ОРДЖОНИКИДЗЕ

В.К. КОШКИН,
Т.В. МИХАЙЛОВА

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ
ТЕОРИЯ ИСТЕЧЕНИЯ
ГАЗОВ И ПАРОВ.
ПРОЦЕСС
ДРОССЕЛИРОВАНИЯ

МОСКВА - 1983

МИНИСТЕРСТВО
ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР
МОСКОВСКИЙ
ОРДЕНА ЛЕНИНА И ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ имени СЕРГО ОРДЖОНИКИДЗЕ

В.К. КОШКИН, Т.В. МИХАЙЛОВА

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИСТЕЧЕНИЯ ГАЗОВ И ПАРОВ,
ПРОЦЕСС ДРОССЕЛИРОВАНИЯ
Программированное учебное пособие

Утверждено
на заседании редсовета
24 мая 1982 г.

МОСКВА 1983

УДК:536.23(075.8)

Кошкин В.К., Михайлова Т.В. Термодинамическая теория истечения газов и паров, процесс дросселирования: Учебное пособие. - М.: МАИ, 1983. - 53 с. ил.

Учебное пособие посвящено термодинамической теории течения и истечения газов и паров.

В книге изложены основные положения термодинамической теории течения и истечения газов и паров, приводятся вывод уравнений скорости истечения и секундного расхода газа, дается анализ формулы секундного расхода. Рассматриваются две области истечения (до- и сверхкритическая), роль расширяющегося сопла, а также вопросы, посвященные дросселированию газовых и паровых потоков. Весь материал дается с единой позиции программированного метода обучения. По каждому разделу разработаны соответствующие контрольные карточки.

Пособие предназначено для студентов факультета двигателей летательных аппаратов.

Рецензенты: В.И. Крутов, Б.Н. Юдаев.

© Московский авиационный институт, 1983 г.

536 (075)

К 762

ПРЕДИСЛОВИЕ

Программированное учебное пособие по курсу термодинамики "Термодинамическая теория истечения газов и паров" представляет собой часть курса термодинамики, написанную в соответствии с утвержденной учебной программой для студентов факультета двигателей летательных аппаратов МАИ.

Термодинамика - это теоретический фундамент всей современной инженерной теории двигателей. Термодинамика лежит в основе теплового расчета двигателей. Все чаще и чаще специалистам приходится обращаться к понятиям и методам термодинамики.

Учебное пособие призвано помочь читателю, который приступает к изучению термодинамики и знаком с математикой, физикой и химией.

Цель пособия - помочь читателю освоить основные положения термодинамической теории истечения газов и паров в объеме, достаточном для выполнения термодинамических расчетов, правильного понимания и использования результатов этих расчетов.

Для улучшения восприятия излагаемого материала в пособии использован один из вариантов программированных методов обучения. Это способствует более глубокому пониманию материала и интенсификации процесса обучения, т.е. сокращению времени, необходимого для усвоения учащимся определенного объема знаний. Такой эффект достигается путем расчленения процесса обучения на отдельные этапы и осуществления проверки обучения в конце каждого этапа. Программированное изложение материала по термодинамике может оказаться полезным потому, что позволяет проверить правильность восприятия основных идей и понятий по ходу изучения материала курса, поскольку применять эти понятия можно лишь глубоко понимая их смысл.

Данное пособие содержит 9 контрольных карточек (41 контрольный вопрос, к каждому из которых приведено несколько вариантов ответов). Правильных ответов на контрольный вопрос может быть несколько. Ответы приведены в конце учебного пособия.

При написании пособия авторы исходили из многолетнего опыта преподавания курса термодинамики студентам МАИ.

Поскольку пособие является одной из первых попыток программированного изложения термодинамической теории истечения газов и паров, авторы будут рады получить отзывы читателей о пособии и с благодарностью примут все замечания.

ВВЕДЕНИЕ

Термодинамическая теория течения и истечения газов и паров имеет большое прикладное значение в современной теплоэнергетике. Целый ряд технических расчетов основывается на закономерностях, которые вытекают из рассмотрения и исследования термодинамики процессов течения и истечения газов и паров. С этими закономерностями приходится сталкиваться при изучении различных типов тепловых двигателей и особенно реактивных двигателей, газовых и паровых турбин, рабочий процесс которых полностью основывается на закономерностях процессов течения и истечения газов и паров.

Так, из термодинамической теории течения и истечения газов вытекают наиболее важные положения реактивной техники.

В любом типе реактивного двигателя сила тяги пропорциональна скорости истечения рабочего газа. Скорость же истечения, в свою очередь, зависит от температуры этого газа в камере сгорания двигателя; она пропорциональна корню квадратному из абсолютной температуры рабочего газа в камере сгорания. В этом и состоит эффект термического разгона рабочего газа в любом типе реактивного двигателя. Отсюда на основе термодинамической теории течения и истечения газов вытекает возможность решения основной задачи реактивной техники: минимум расхода рабочего тела и максимум скорости истечения. В других типах тепловых двигателей при осуществлении в них тех или иных прямых термодинамических циклов рабочее тело — газ также всегда претерпевает изменения, связанные с движением этого газа по системам трубопровода, аппаратов и механизмов.

Термодинамическим закономерностям течения и истечения газов подчиняются процессы, связанные с продувкой и выпуском двухтактных двигателей, процессы в компрессорах, в карбюраторах бензиновых двигателях, распыливание топлива в дизелях и многое другое.

Не менее важны вопросы дросселирования (мятия) газовых и паровых потоков. Дросселирование газовых и паровых потоков встречается во многих технологических процессах, а также в ряде тепловых

двигателей (паровых турбинах, бензиновых карбюраторных двигателях внутреннего сгорания). Процесс дросселирования наблюдается при прохождении потока газа или пара через местные сужения в трубопроводах (через вентили, задвижки и т.п.), ухудшающий термодинамическое состояние текущего рабочего тела (понижающий его давление).

В других же случаях, как например, в газовых турбинах, бензиновых карбюраторных двигателях внутреннего сгорания процесс дросселирования применяется как метод регулирования мощности этих двигателей.

Таким образом, термодинамическая теория течения и истечения, а также дросселирование газовых и паровых потоков является весьма важным разделом технической термодинамики, дающим основы расчетов и проектирования многих теплоэнергетических систем и тепловых двигателей.

Глава I. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИСТЕЧЕНИЯ ГАЗОВ И ПАРОВ

§ I. Уравнение первого закона термодинамики в применении к случаю течения и истечения газов и паров

Процесс течения и истечения газов и паров отвечает общему случаю, когда само рабочее тело перемещается в пространстве под действием неравномерного поля давления на поверхности рабочего тела. Поэтому для течения мы можем применить общее уравнение первого закона термодинамики. Будем по-прежнему рассматривать стационарный поток жидкости, у которого через любое сечение потока в единицу времени проходит одно и то же массовое количество газа $G = const$ кг/с, т.е. $G_1 = G_2 = G_3 = const$.

Расход газа определяется следующим образом:

$$G = f W \rho = f \frac{W}{v}, \quad (I.1)$$

где f - площадь поперечного сечения потока; W - скорость потока; ρ - плотность газа; v - удельный объем газа.

Тогда

$$f_1 W_1 \rho_1 = f_2 W_2 \rho_2 = f_3 W_3 \rho_3; \quad (I.2)$$

$$\frac{f_1 W_1}{v_1} = \frac{f_2 W_2}{v_2} = \frac{f_3 W_3}{v_3}. \quad (I.3)$$

Уравнения (I.2) и (I.3) называются уравнениями неразрывности или сплошности.

Для течения газа или пара уравнение первого закона термодинамики в общем виде будет иметь следующий вид при отнесении количества энергии к единице массы:

$$dq = du + d\left(\frac{W^2}{2}\right) + gdh + d(pv) + dl_{tex} \quad \text{Дж/кг}. \quad (I.4)$$

По-прежнему изменением внешней потенциальной энергией газа будем пренебрегать: $gdh = 0$.

Кроме того, рассмотрим случай, когда сам канал с газом неподвижен и, следовательно, газ никакой внешней технической работы не совершает, т.е. $dl_{tex} = 0$.

Тогда уравнение первого закона термодинамики примет вид

$$dq = di + d\left(\frac{W^2}{2}\right). \quad (I.5)$$

В дальнейшем будем рассматривать течение и истечение газов и паров без учета трения и теплообмена с внешней средой, т.е. адиабатный процесс течения и истечения без трения ($dq = 0$). Для этого случая уравнение первого закона термодинамики в дифференциальной форме примет вид

$$d\left(\frac{W^2}{2}\right) = -di. \quad (I.6)$$

Для конечного участка потока в интегральной форме получим

$$\frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = i_1 - i_2 \quad \text{Дж/кг}. \quad (I.7)$$

Следовательно, для адиабатного течения увеличение внешней скорости движения потока газа определяется соответствующим уменьшением энтальпии этого газа.

Контрольная карточка I

Вопрос	Ответ
I. Стационарный поток характеризуется тем, что . . .	<p>1 - скорость течения в любом сечении потока постоянна;</p> <p>2 - в единицу времени проходит через любое сечение потока одно и то же количество жидкости (газа);</p> <p>3 - объемный расход V м³/с через любое сечение потока не меняется.</p>
2. Какое из представленных уравнений является уравнением неразрывности?	<p>1 - $f_1 W_1 \rho_1 = f_2 W_2 \rho_2 = f_3 W_3 \rho_3$;</p> <p>2 - $G = f W \rho = f \frac{W}{v}$;</p> <p>3 - $\frac{f_1 W_1}{v_1} = \frac{f_2 W_2}{v_2} = \frac{f_3 W_3}{v_3}$;</p> <p>4 - $d \left(\frac{W^2}{2} \right) = -di$.</p>
3. Какое из представленных уравнений является уравнением первого закона термодинамики для адиабатного случая течения газов и паров без трения?	<p>1 - $dq = du + d \left(\frac{W^2}{2} \right) + g dh + d(pv) + d l_{\text{тр}}$;</p> <p>2 - $d \left(\frac{W^2}{2} \right) + di = 0$;</p> <p>3 - $\frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = i_1 - i_2$;</p> <p>4 - $dq = di + d \left(\frac{W^2}{2} \right)$.</p>

§ 2. Определение располагаемой работы потока

Для любого потока жидкости, в том числе газов и паров, существует общая связь между давлением и скоростью потока жидкости, которая выражается уравнением Бернулли.

Для потока без трения уравнение Бернулли имеет вид

$$-v dp = d \left(\frac{W^2}{2} \right) \quad \text{Дж/кг} \quad (I.8)$$

Из уравнения видно, что увеличение кинетической энергии движения массы жидкости соответствует уменьшению выражения $v dp$. В случае, если жидкость несжимаема, уменьшение $v dp$ достигается только за счет соответствующего понижения давления. Если же текущая жидкость сжимаема (газы и пары), то увеличение кинетической энергии потока может достигаться как за счет понижения давления при течении, так и за счет соответствующего увеличения удельных объемов газа (например, течение газа с горением, т.е. с подводом тепла). Таким образом, уравнение Бернулли одинаково справедливо для течения любой жидкости.

Различают два вида жидкости.

1. Жидкость с устойчивым объемом, т.е. капельная жидкость, у которой объем не изменяется (несжимаемая жидкость): $v \neq f(p)$; $v = \text{const}$.

2. Жидкость с неустойчивым объемом, или сжимаемая жидкость (газы и пары), у которой объем претерпевает в общем случае значительное изменение при изменении давления: $v = f(p)$, $v \neq \text{const}$.

Таким образом, в общем случае для стационарного течения любой жидкости уравнение Бернулли в интегральной форме примет вид

$$\int_{p_1}^{p_2} -v dp = \int_{W_1}^{W_2} d \left(\frac{W^2}{2} \right)$$

или

$$l' = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = \int_{p_2}^{p_1} v dp, \quad (I.9)$$

где l' - располагаемая работа потока, идущая на увеличение внешней кинетической энергии потока (на увеличение скорости потока). Это и есть основное уравнение, связывающее изменение скорости и давления в интегральной форме и справедливое для любого потока жидкости. Получим выражения для располагаемой работы потока l' при течении различной жидкости.

1. Рассмотрим случай течения капельной, несжимаемой жидкости (рис. 1). Для этой жидкости $v = f(p)$, $v = const$. Интегрируя уравнение (I.9) для конечного участка процесса 1-2, получаем

$$l' = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = v(p_1 - p_2) \text{ Дж/кг.} \quad (\text{I.10})$$

Работа l' идет на увеличение кинетической энергии текущей жидкости.

2. Рассмотрим случай течения сжимаемой жидкости (газов и паров) (рис. 2). Для этой жидкости $v = f(p)$, $v \neq const$:

$$l' = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = \int_{p_2}^{p_1} v dp.$$

Определение интеграла $\int v dp$ для течения газов требует определения связи между изменением давления и объема текущего газа. Для чего необходимо знать характер термодинамического процесса происходящего в текущем газе.

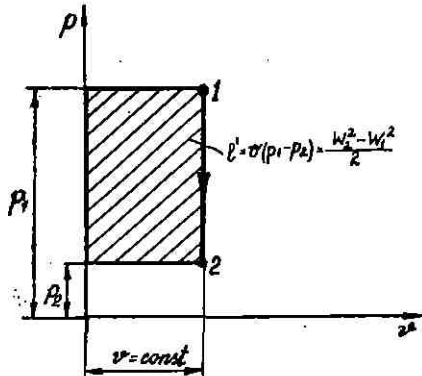


Рис. 1

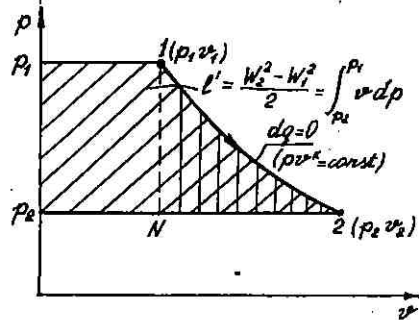


Рис. 2

Будем по-прежнему считать течение газа адиабатным, т.е. без внешнего теплообмена ($dq = 0$). Для адиабатного процесса имеем

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k = const \quad (\text{I.11})$$

или в общем виде $p v^k = const$, $p^{1/k} v = const^{1/k}$,

отсюда

$$v = \frac{const^{1/k}}{p^{1/k}}.$$

Следовательно, работа l' , пошедшая на увеличение кинетической энергии потока газа при его адиабатном течении, определится как

$$l' = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = \int_{p_2}^{p_1} v dp = const^{1/k} \int_{p_2}^{p_1} \frac{dp}{p^{1/k}}.$$

Интегрируя данное выражение и подставляя соответствующие пределы и значение $const$ из (I.11), получаем:

$$l' = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = \int_{p_2}^{p_1} v dp = \frac{k}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2)$$

или

$$l' = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left(1 - \frac{p_2 v_2}{p_1 v_1}\right).$$

Заменим отношение $\frac{p_2 v_2}{p_1 v_1}$ через отношения других параметров состояния:

$$\frac{p_2 v_2}{p_1 v_1} = \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

Окончательно получим следующее выражение:

$$l' = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = \int_{p_2}^{p_1} v dp = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right] \text{ Дж/кг.} \quad (\text{I.12})$$

Если рассмотреть процесс течения с термодинамической точки зрения, то работа l' , пошедшая на увеличение кинетической энергии потока, изобразится в $p-v$ координатах площадью под адиабатным процессом расширения при проектировании процесса на ось p .

Площадь $N-1-2-N$ представляет собой ту дополнительную работу, по сравнению с течением несжимаемой жидкости, которая получается за счет расширения газа при адиабатном течении и которая также идет на дополнительное увеличение кинетической энергии потока (на дополнительное увеличение скорости потока).

Вопрос	Ответ
1. Какое из представленных уравнений является уравнением Бернулли?	1 - $d\left(\frac{W^2}{2}\right) = -di$; 2 - $dq - di + d\left(\frac{W^2}{2}\right)$; 3 - $d\left(\frac{W^2}{2}\right) = -vdp$.
2. Для какого потока жидкости справедливо уравнение Бернулли? (Укажите наиболее полный ответ.)	1 - для несжимаемой жидкости; 2 - для сжимаемой жидкости; 3 - для любой жидкости.
3. Какое из представленных выражений является выражением располагаемой работы l' при течении несжимаемой жидкости?	1 - $l' = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = v(p_1 - p_2)$; 2 - $l' = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right]$; 3 - $l' = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = \int_{p_2}^{p_1} v dp$.
4. Какое из представленных выражений является выражением располагаемой работы l' при течении сжимаемой жидкости?	1 - $l' = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = v(p_1 - p_2)$; 2 - $l' = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right]$; 3 - $l' = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = \int_{p_2}^{p_1} v dp$.

§ 3. Истечение из резервуара неограниченной емкости

Резервуаром неограниченной емкости называется сосуд, в котором в продолжении всего процесса истечения начальные параметры рабочего тела остаются неизменными ($p_1, v_1, T_1 = const$).

Постоянство начальных параметров рабочего тела практически может иметь место при непрерывном восстановлении в резервуаре объема рабочего тела (например, паровой котел). Итак, пусть имеется резервуар неограниченной емкости, из которого происходит процесс истечения (рис. 3), где p_1 - давление газа в резервуаре; p_2 - давление среды, куда происходит истечение (противодавление); $p_1 > p_2$ - условие истечения.

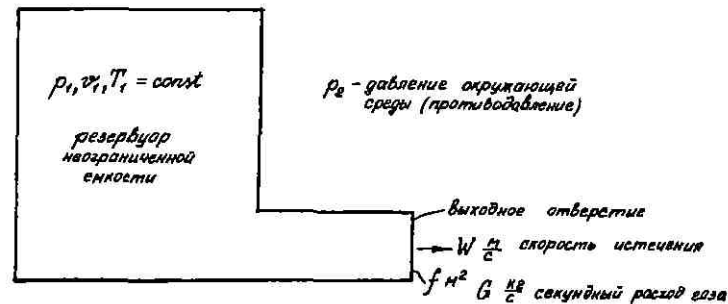


Рис. 3

Пользуясь общим соотношением между W, p и v , полученным по уравнению Бернулли, для случая адиабатного течения газов и паров имеем (I.12):

$$l' = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = \int_{p_2}^{p_1} v dp = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right].$$

Применяя это уравнение для случая истечения газов и паров, будем полагать, что начальная скорость течения $W_1 = 0$ (газ в резервуаре неподвижен). Здесь p_1 - давление в резервуаре; p_2 - давление окружающей среды, куда происходит истечение (противодавление).

Конечное значение скорости W_2 будет представлять собой в этом случае скорость истечения, тогда согласно (I.12), получим

$$l = \frac{W^2}{2} = \int_{p_2}^{p_1} v dp = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \right], \quad (I.13)$$

где W - скорость истечения.

Из уравнения (I.I3) скорость истечения будет равна

$$W = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad \text{м/с}, \quad (\text{I.I4})$$

где p_1 - давление газа в резервуаре, Н/м²(Па); v_1 - его удельный объем, м³/кг; p_2 - давление окружающей среды, куда происходит истечение, Н/м²(Па).

В дальнейшем для упрощения написания формул скорости и расхода при истечении введем обозначение для отношения давлений $\beta = \frac{p_2}{p_1}$, тогда

$$W = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left(1 - \beta^{\frac{k-1}{k}} \right)} \quad \text{м/с}. \quad (\text{I.I5})$$

Получим выражение скорости адиабатного истечения газа или пара через энтальпию.

Применим уравнение первого закона термодинамики, полученное для адиабатного течения газа или пара (I.7), к процессу истечения:

$$\frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = i_1 - i_2.$$

Будем по-прежнему полагать, что для случая истечения начальная скорость W_1 газа в резервуаре равна нулю, т.е. $W_1 = 0$, а $W_2 = W$, при этих условиях получим

$$\frac{W^2}{2} = i_1 - i_2,$$

отсюда имеем

$$W = \sqrt{2(i_1 - i_2)} \quad \text{м/с}, \quad (\text{I.I6})$$

где i_1 - значение энтальпии газа в резервуаре, Дж/кг; i_2 - значение энтальпии газа в выходном сечении канала, Дж/кг.

Если же i_1 и i_2 измеряются в кДж/кг, то

$$W = 44,72 \sqrt{i_1 - i_2} \quad \text{м/с}. \quad (\text{I.I7})$$

В технической системе единиц измерения, когда i_1 и i_2 в ккал/кг, имеем

$$W = 91,53 \sqrt{i_1 - i_2} \quad \text{м/с}. \quad (\text{I.I8})$$

Скорость адиабатного процесса истечения может быть легко определена по i_s -диаграмме (рис. 4).

Секундный расход газа или пара при истечении из резервуара неограниченной емкости может быть определен из уравнения (I.I):

$$G = f W \rho_2 = f \frac{W}{v_2},$$

где W - скорость истечения, м/с; f - выходное сечение, м²; ρ_2 - плотность газа в выходном сечении, кг/м³; v_2 - удельный объем газа в выходном сечении, м³/кг.

Так как мы рассматриваем адиабатный процесс истечения, то, используя соотношение параметров адиабатного процесса, получаем

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^k \quad \text{или} \quad \left(\frac{v_2}{v_1} \right) = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{1/k},$$

тогда

$$v_2 = v_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{1/k}. \quad (\text{I.I9})$$

Подставляя значения v_2 по (I.I9) и W по (I.I4) в уравнение расхода (I.I), получаем

$$G = f \frac{W}{v_2} = \frac{f}{v_1} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{1/k} \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}$$

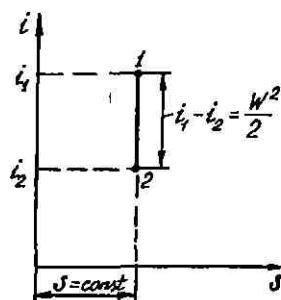


Рис. 4

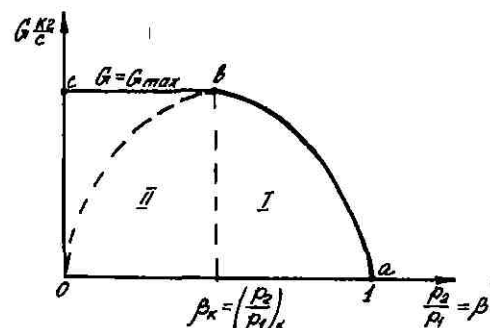


Рис. 5

или

$$G = f \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{v_1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{2/k} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \quad \text{кг/с}. \quad (\text{I.20})$$

Заменяя $\frac{p_2}{p_1} = \beta$, уравнение расхода примет вид

$$G = f \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{v_1} \left(\beta^{2/k} - \beta^{\frac{k+1}{k}} \right)} \quad \text{кг/с}. \quad (\text{I.21})$$

Здесь p_1 - давление газа в резервуаре, Па; v_1' - удельный объем газа в резервуаре, м³/кг.

Контрольная карточка 3

Вопрос	Ответ
1. По какому из представленных выражений можно подсчитать скорость истечения W ?	<p>1 - $\sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1' \left(1 - \beta^{\frac{k+1}{k}}\right)}$;</p> <p>2 - $\sqrt{2(i_1 - i_2)}$;</p> <p>3 - $f \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{v_1'} \left(\beta^{\frac{2}{k}} - \beta^{\frac{k+1}{k}}\right)}$;</p> <p>4 - $f W p_2$.</p>
2. По какому из представленных выражений можно определить секундный расход газа при истечении G ?	<p>1 - $\sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1' \left(1 - \beta^{\frac{k+1}{k}}\right)}$;</p> <p>2 - $\sqrt{2(i_1 - i_2)}$;</p> <p>3 - $f \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{v_1'} \left(\beta^{\frac{2}{k}} - \beta^{\frac{k+1}{k}}\right)}$;</p> <p>4 - $f W p_2$.</p>

§ 4. Исследование формулы секундного расхода газа при истечении

Из полученной формулы для определения расхода газа при истечении (I.20) следует, что $G = f\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = f(\beta)$ при постоянных, заданных значениях параметров газа в резервуаре (при заданных p_1 и T_1). Проведем исследование этой зависимости путем изменения только величины противодавления p_2 , а давление газа в резервуаре p_1 будем считать неизменным, т.е. $\beta = \frac{p_2}{p_1} = \text{var}$ при $p_1 = \text{const}$ и $p_2 = \text{var}$. Такое изменение аргумента $\beta = \frac{p_2}{p_1}$ объясняется тем, что, во-первых, $p_1 = \text{const}$ должно быть по условию истечения газа из резервуара неограниченной емкости, в котором величина p_1 не меняется. Во-вторых, условие $p_1 = \text{const}$ исключает непосредственное влияние величины p_1 на расход газа G , который согласно основной формуле (I.20) зависит не только от отношения $\beta = \frac{p_2}{p_1}$, но непосредственно и от абсолютной величины p_1 .

Предельными значениями $\beta = \frac{p_2}{p_1}$ являются:

1) $p_2 = p_1$; $\beta = \frac{p_2}{p_1} = 1$.

Это условие означает равенство наружного давления и давления газа внутри резервуара, что физически означает отсутствие процесса истечения, и согласно (I.20) $G = 0$.

2) $p_2 = 0$; $\beta = \frac{p_2}{p_1} = 0$.

Это условие отвечает истечению газа в абсолютную пустоту и в этом случае согласно (I.20) расход газа также должен быть равен нулю. При уменьшении β (от единицы до нуля) возникают разность давлений ($p_1 - p_2$) и процесс истечения, чем меньше β , тем больше разность давлений ($p_1 - p_2$) и тем больше расход газа, который при некотором отношении давления β достигает максимального значения, а затем согласно (I.20) начинает уменьшаться.

Следовательно, задаваясь различными значениями $\beta = \frac{p_2}{p_1}$, можно по формуле расхода построить график $G = f\left(\beta = \frac{p_2}{p_1}\right)$ (рис. 5).

Для определения перепада давления, при котором расход газа при истечении достигает максимума $G = G_{\text{max}}$, необходимо взять первую производную от этой величины по β и приравнять ее нулю:

$$\frac{dG}{d\beta} = 0 \quad \text{т.е.} \quad \frac{dG}{d\left(\frac{p_2}{p_1}\right)} = 0.$$

Итак, по формуле расхода (I.2I) имеем

$$G = f \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{v_1} \left(\beta^{\frac{2}{k}} - \beta^{\frac{k+1}{k}} \right)} \quad \text{кг/с.}$$

Здесь f, p_1, v_1, k — величины постоянные и при истечении из резервуара неограниченной емкости не меняются, поэтому выражение

$$A = f^2 2 \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{v_1}$$

представляет собой некоторый постоянный коэффициент, стоящий под корнем вышеприведенного уравнения. Следовательно, формула расхода примет такой вид:

$$G = \sqrt{A \left(\beta^{\frac{2}{k}} - \beta^{\frac{k+1}{k}} \right)} \quad \text{кг/с.} \quad (\text{I.22})$$

В уравнении (I.22) переменной величиной является выражение в скобках $\left(\beta^{\frac{2}{k}} - \beta^{\frac{k+1}{k}} \right)$, поэтому для отыскания максимума расхода при истечении G_{max} возьмем первую производную от этой величины и приравняем ее к нулю:

$$\frac{d\left(\beta^{\frac{2}{k}} - \beta^{\frac{k+1}{k}}\right)}{d\beta} = 0,$$

а предельное значение отношения давлений $\beta = \frac{p_2}{p_1}$, при котором первая производная обращается в нуль, обозначим через β_k , т.е.

$$\beta_k = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)_k = \frac{p_{2k}}{p_1}. \quad (\text{I.23})$$

Это отношение давлений называется критическим. Следовательно, дифференцируя выражение в скобках, получаем

$$\frac{2}{k} \beta^{\frac{2}{k}-1} - \left(\frac{k+1}{k} \right) \beta^{\frac{1}{k}} = 0;$$

$$\frac{2}{k} \beta^{\frac{2}{k}-1} = \frac{k+1}{k} \beta^{\frac{1}{k}}; \quad \beta^{\frac{1}{k} - \frac{2}{k} + 1} = \frac{2}{k+1}; \quad \beta_k^{\frac{k-1}{k}} = \frac{2}{k+1},$$

отсюда

$$\beta_k = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}. \quad (\text{I.24})$$

При этом критическом отношении давлений $\beta_k = \frac{p_{2k}}{p_1}$ расход $G = G_{max}$ будет максимальным. Как видно, критическое отношение давлений β_k является функцией лишь показателя адиабаты k :

$$\beta_k = f(k).$$

Поэтому значение β_k для газов будет зависеть от их атомности, влияющей на величину показателя адиабаты k .

Для одноатомного газа $k = 1,66$ и $\beta_k = 0,49$;

для двухатомного газа и воздуха $k = 1,4$ и $\beta_k = 0,528$;

для трехатомного газа (и в том числе перегретого водяного пара) $k = 1,3$ и $\beta_k = 0,546$;

для сухого насыщенного водяного пара $k = 1,135$ и $\beta_k = 0,577$.

Обратимся к анализу зависимости $G = f\left(\beta = \frac{p_2}{p_1}\right)$. При $\beta = \frac{p_2}{p_1} = 1$,

$p_2 = p_1$, т.е. при равенстве наружного и внутреннего давлений секундный расход газа из резервуара равен нулю ($G = 0$). В дальнейшем с понижением p_2 той среды, куда происходит истечение и, следовательно, с уменьшением отношения $\beta = \frac{p_2}{p_1}$, расход газа G увеличивается, что вполне согласуется с физической картиной истечения: расход при истечении должен увеличиваться с увеличением разности давлений $(p_1 - p_2)$, при котором происходит процесс истечения, т.е. с уменьшением отношения $\beta = \frac{p_2}{p_1}$. Однако, согласно полученной формуле расхода (I.20), расход газа возрастает, достигает максимума при β_k , после чего с дальнейшим уменьшением отношения $\beta = \frac{p_2}{p_1}$ расход газа не только не возрастает, а начинает уменьшаться и при $p_2 = 0$, т.е. при $\beta = \frac{p_2}{p_1} = 0$, когда истечение происходит в абсолютную пустоту, становится равным нулю ($G = 0$). По самым простым физическим рассуждениям эти результаты не вяжутся с действительной физической картиной истечения газов и паров. Совершенно ясно физически, что истечение газов и паров не может прекратиться, если противодействие p_2 упадет до нуля. И вообще является невероятным, чтобы при понижении противодействия p_2 расход газа становился бы меньше, чем при большем значении p_2 .

Поэтому мы с очевидностью приходим к выводу, что в этой области, когда $0 < \beta < \beta_k$ (пунктирная кривая OB рис. 5), полученная формула расхода (I.20) не дает правильных результатов и не применима.

При экспериментальном исследовании истечения газов и паров через простые цилиндрические или суживающиеся отверстия, многочисленный опыт показал, что значения расхода, вычисленные по формуле (I.20), совпадают с экспериментом только лишь для той части значений $\beta = \frac{p_2}{p_1}$, при которых с уменьшением противодавления расход увеличивается, т.е. для отношения $\beta = \frac{p_2}{p_1}$, лежащего в пределах

$$\beta_k < \beta < 1 \quad (\text{I область истечения}).$$

С дальнейшим же понижением p_2 и уменьшением отношения $\frac{p_2}{p_1} = \beta$ ниже β_k , т.е. когда $0 < \beta < \beta_k$, расход газа через простые цилиндрические или суживающиеся сопла не увеличивается, но и не уменьшается, а остается все время постоянным и равным G_{max} (II область истечения). Действительная кривая расхода при этом дается линией $a-b-c$, а не линией $a-b-0$, как это следовало из теоретической формулы (I.20). Линия $a-b-c$ дает действительную зависимость $G = f(\beta)$ (см. рис. 5).

Для объяснения расхождения теории с действительным опытом еще в 1839 г. Сен-Венаном и Венцелем была высказана гипотеза, согласно которой в суживающемся сопле не может быть получено расширение газа ниже давления $p_{2k} = \beta_k \cdot p_1$, как бы не понижалось при этом давление p_2 той среды, куда происходит истечение (при $p_1 = const$). То есть при истечении газа и пара через простые цилиндрические или суживающиеся сопла имеем следующее: при отношении давлений $\beta_k < \beta < 1$ давление на срезе сопла равно давлению окружающей среды ($p_{2cp} = p_2$), откуда при $p_1 = const, p_2 = var$, $\beta = \frac{p_2}{p_1} = var$; при отношении давлений $0 < \beta < \beta_k$ давление на срезе сопла больше давления окружающей среды и равно

$$p_{2cp} = p_{2k} = \beta_k p_1.$$

Здесь при $p_1 = const, p_2 = var, p_{2k} = \beta_k p_1 = const$ и, следовательно, разность давлений, под которой происходит процесс истечения, тоже будет постоянной $p_1 - p_{2k} = const$. Дальнейшее понижение p_2 ниже значения p_{2k} уже никакого влияния на этот перепад не оказывает. При этом и расход газа и скорость истечения изменяться не будут:

$$G = G_{max} = const,$$

а скорость истечения становится равной так называемой критической скорости: $W = W_k = const$. Критической скоростью называется скорость, равная местной скорости звука a . Скорость звука определяется [4]:

$$a = \sqrt{kRT}.$$

Эта гипотеза впоследствии была подтверждена многочисленными опытами.

Таким образом, основную формулу расхода (I.20) можно считать правильной и для II области истечения, когда $0 < \beta < \beta_k$, если понимать в ней под p_2 давление $p_{2k} = \beta_k p_1$ и перепад давлений, под которым происходит процесс истечения, равный $(p_1 - p_{2k})$.

Физическое объяснение всего описанного явления лежит в характере распространения изменений (волн) давления в газовой среде.

Как известно из физики, всякое изменение давления, произведенное в какой-либо точке неподвижной газовой среды, распространяется в ней со скоростью a , равной скорости распространения звука в данной среде.

Таким образом, волны повышенного или пониженного давления распространяются по газовой среде со скоростью звука.

Теперь рассмотрим газодинамическую картину развития процесса истечения.

Процесс истечения начинается при понижении p_2 , когда $p_1 > p_2$ (рис. 6). При этом волна пониженного внешнего давления распространяется по газу, находящемуся в резервуаре, со скоростью a и в результате возникает разность давлений $(p_1 - p_2)$, под которой и происходит процесс истечения.

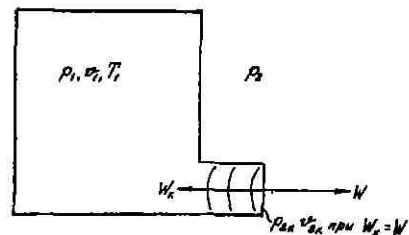


Рис. 6

Так как распространение изменений давления происходит

в движущейся среде, то надо различать следующие скорости распространения волн пониженного давления по газу. Как только волна пониженного давления начинает распространяться по газу в резервуаре с звуковой скоростью a , сейчас же возникает и скорость истечения W , стремящаяся унести волну пониженного давления в обратном направлении к устью сопла. Значит a в этом случае будет относи-

тельной скоростью распространения волны пониженного давления по газу, а скорость истечения W будет переносной скоростью этой волны. Абсолютная же скорость распространения волны пониженного давления $W_{адс}$ относительно неподвижного выходного сечения сопла будет равна разности относительной скорости a и переносной скорости W :

$$W_{адс} = a - W. \quad (I.25)$$

При дальнейшем уменьшении p_2 переносная скорость истечения газа будет возрастать, так что $W_{адс}$ будет уменьшаться, поскольку уменьшается разность $a - W$.

Наконец, когда давление p_2 понизится до величины, при которой $a = W_k$, абсолютная скорость волны пониженного давления относительно неподвижного выходного сечения сопла станет равна нулю $W_{адс} = 0$, что физически означает невозможность распространения волны пониженного давления внутри сопла и, следовательно, уменьшение внешнего давления p_2 уже не будет влиять на процесс истечения. При этом давление в выходном сечении сопла станет равно критическому, т.е. $p_{2к} = \beta_k p_1$.

Таким образом, критическое отношение давлений $\left(\frac{p_2}{p_1}\right)_k = \beta_k$ отвечает условию равенства переносной скорости истечения W и относительной местной скорости звука a в выходном сечении сопла ($a = W_k$). Это критическое отношение давлений можно также вычислить из указанного равенства.

С одной стороны, местная скорость звука в выходном сечении сопла определится по формуле

$$a = \sqrt{k p_2 v_{2к}^2} = \sqrt{k R T_{2к}} \quad \text{м/с}, \quad (I.26)$$

с другой стороны, согласно предыдущему, при $W_k = a$:

$$W_k = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} R T_1 \left(1 - \beta_k^{\frac{k-1}{k}}\right)} \quad \text{м/с}. \quad (I.27)$$

Следовательно, согласно (I.26) и (I.27):

$$\sqrt{2 \frac{k}{k-1} R T_1 \left(1 - \beta_k^{\frac{k-1}{k}}\right)} = \sqrt{k R T_{2к}};$$

$$2 \frac{k}{k-1} R T_1 \left(1 - \beta_k^{\frac{k-1}{k}}\right) = k R T_{2к}.$$

Решая это алгебраическое уравнение относительно β_k и учитывая, что

$$\frac{T_{2к}}{T_1} = \left(\frac{p_{2к}}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \beta_k^{\frac{k-1}{k}},$$

получаем

$$\beta_k = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}},$$

то же самое значение β_k , которое мы получили ранее, решая общую задачу математического нахождения точки максимума расхода.

Таким образом, из всего сказанного следует, что полученное критическое отношение давления при истечении $\beta_k = \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$ делит весь процесс истечения на две принципиально различные области.

I область – область малых перепадов давления $\beta_k < \beta < 1$. Эта область называется подкритической или дозвуковой областью истечения.

II область – область больших перепадов давлений $0 < \beta < \beta_k$. Эта область называется надкритической или сверхзвуковой областью истечения.

Контрольная карточка 4

Вопрос	Ответ
1. Критическое отношение давлений $\beta_k = \frac{p_{2к}}{p_1}$ зависит от. . .	1 – температуры на срезе сопла $T_{2ср}$; 2 – давления на срезе сопла $p_{2ср}$; 3 – температуры и давления в резервуаре (p, T, ρ), 4 – от показателя адиабаты k .
2. При истечении из сужающегося сопла в I области истечения ($\beta_k < \beta < 1$) давление на срезе сопла ($p_{2ср}$). . .	1 – = p_2 ; 2 – = $p_1 \beta_k$, 3 – < p_2 , 4 – = $p_{2к}$.

3. При истечении из сужающегося сопла во II области истечения ($0 < \beta < \beta_k$) давление на срезе сопла (p_{2cp}) . . .	1 - $= p_2$;
	2 - $= p_1 \beta_{кр}$;
	3 - $< p_2$;
	4 - p_{2k} .

§ 5. Истечение из суживающихся сопел

При истечении из суживающихся сопел наблюдается две области истечения.

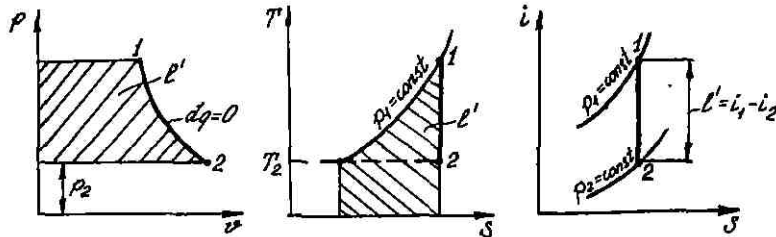


Рис. 7

I область - подкритическая область истечения. В этой области

$\beta_k < \beta = \frac{p_2}{p_1} < 1$ (область малых перепадов давлений). Здесь при истечении происходит полное расширение газов, давление на срезе сопла равно давлению окружающей среды $p_{2cp} = p_2$, т.е. весь перепад давлений ($p_1 - p_2$) целиком срабатывается в кинетическую энергию вытекающей струи газа ($p_1 - p_2$) $\rightarrow \frac{W^2}{2}$. На

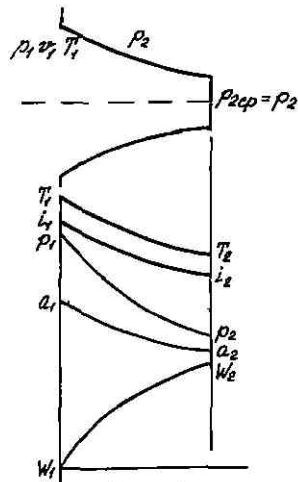


Рис. 8

рис. 7 в pv, TS, is - координатах показана располагаемая работа при истечении газа в данной области. Характер изменения параметров газа по длине сопла (рис. 8) определяет методику расчета скорости и расхода газа при истечении. Для этой области истечения будут справедливы все полученные ранее формулы скорости (I.14), (I.15) и расхода газа (I.20), (I.21) при истечении. Скорость

истечения будет определяться так:

$$W = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right)} \text{ м/с}$$

или

$$W = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} R T_1 \left(1 - \beta^{\frac{k-1}{k}} \right)} \text{ м/с,}$$

т.е. в данной области истечения

$$W \sim \left(\sqrt{R T_1}; \frac{1}{\beta} \right). \quad (\text{I.28})$$

Следовательно, при всех прочих равных условиях, т.е. при одном и том же $\beta = \frac{p_2}{p_1} = \text{const}$; $W \sim \sqrt{R T_1}$, а при заданном газе ($R = \text{const}$) $W \sim \sqrt{T_1}$, следовательно, чем больше газовая постоянная и чем выше температура газа в резервуаре, тем больше скорость истечения газа из резервуара.

В целом же, скорость истечения W в этой области возрастает при увеличении R и T_1 и уменьшении $\beta = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$. Секундный расход газа определяется:

$$G = f \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{v_1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \text{ кг/с.}$$

Так как

$$\frac{p_1}{v_1} = \frac{p_1^2}{p_1 v_1} = \frac{p_1^2}{R T_1},$$

то

$$G = f \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{p_1^2}{R T_1} \left(\beta^{\frac{2}{k}} - \beta^{\frac{k+1}{k}} \right)} \text{ кг/с.} \quad (\text{I.29})$$

Следовательно,

$$G \sim \left(\frac{p_1}{\sqrt{R T_1}}; \frac{1}{\beta} \right), \quad (\text{I.30})$$

т.е. расход газа уменьшается при возрастании температуры газа T_1 в резервуаре и газовой постоянной R , а при $T_1 = \text{const}$, $R = \text{const}$ будет зависеть не только от величины β , но и от абсолютной величины p_1 .

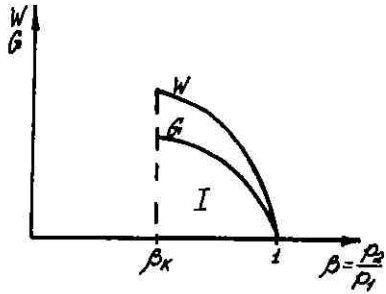


Рис. 9

На рис. 9 представлена зависимость скорости истечения и секундного расхода от отношения давлений ($W, G = f(\beta)$).

Рассмотрим пример качественного анализа процесса истечения. Сопоставим скорости и расходы газа при истечении из трех сосудов неограниченной емкости, площадь выходного сечения сопла во всех сосудах одинакова (рис. 10). Сначала выяс-

ним, в какой области происходит процесс истечения. Для этого определим отношение давлений $\frac{p_2}{p_1}$ в каждом сосуде и сравним с β_k . Для воздуха $\beta_k = 0,528$. Во всех трех сосудах $\beta = \frac{p_2}{p_1} = \frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0,75$, следовательно,

$\beta_k < \beta < 1$ - I область истечения (подкритическая),

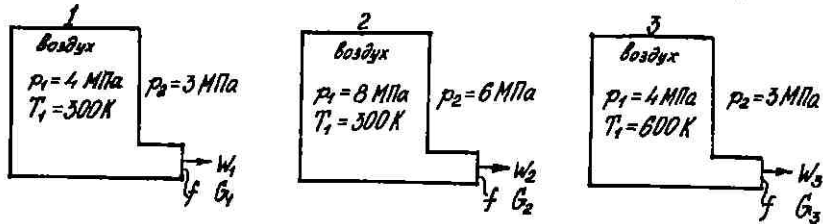


Рис. 10

Для этой области истечения

$$W \sim \left(\sqrt{RT_1}, \frac{1}{\beta} \right);$$

$$G \sim \left(\frac{p_1}{\sqrt{RT_1}}, \frac{1}{\beta} \right).$$

Сопоставим скорости и расходы в сосудах I, 2 и I,3. Согласно (I.28) и (I.40) имеем

$$W_1 = W_2; W_1 < W_3; G_1 < G_2; G_1 > G_3.$$

Вопрос	Ответ
1. Скорость истечения зависит от . . .	I - $(\sqrt{RT_1})$; 2 - $(\sqrt{RT_1}, \frac{1}{\beta})$; 3 - $(\frac{p_1}{\sqrt{RT_1}}, \frac{1}{\beta})$.
2. Секундный расход газа при истечении зависит от . . .	I - $(\sqrt{RT_1})$; 2 - $(\sqrt{RT_1}, \frac{1}{\beta})$; 3 - $(\frac{p_1}{\sqrt{RT_1}}, \frac{1}{\beta})$.
3. Сравните скорости истечения и секундные расходы газа водорода (H_2)	I - $W_1 = W_2$, $G_1 > G_2$; 2 - $W_1 < W_2$, $G_1 < G_2$; 3 - $W_1 < W_2$, $G_1 > G_2$.
4. На какой из диаграмм правильно изображена располагаемая работа l' при истечении газа из сопла?	

II область - надкритическая область истечения. В этой области $0 < \beta < \beta_k$ (область больших перепадов давлений). В этом случае при истечении не происходит полного расширения газов в сопле, давление в выходном сечении сопла больше давления окружающей среды $p_{2cp} > p_2$ и равно $p_{2cp} = p_{2k} = p_1 \beta_k$, процесс истечения идет под постоянным перепадом давлений $(p_1 - p_{2k})$. Характерным для этой области истечения является установление критических параметров p_{2k} , T_{2k} , v_{2k} , i_{2k} на срезе сопла, не зависящих от параметров окружающей среды. Скорость истечения при этом постоянна и равна местной скорости звука $a = W_k$, секундный расход газа достигает своего максимального значения $G = G_{max}$ и тоже остается постоянным при p_1 и $T_1 = const$.

Итак, в этой области больших перепадов давления в кинетическую энергию вытекающей струи срабатывается не весь перепад давления $(p_1 - p_2)$, а только критический перепад:

$$(p_1 - p_{2k}) \rightarrow \frac{W_k^2}{2}$$

Поскольку $p_{2k} = p_1 \beta_k$, а $\beta_k = \frac{p_{2k}}{p_1}$, то при заданном $p_1 = const, p_2 = const$.

Если p_1 возрастает, то и p_{2k} возрастает, но так, что отношение $\frac{p_{2k}}{p_1} = \beta_k$ всегда будет равно критическому, т.е. $\beta_k = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$.

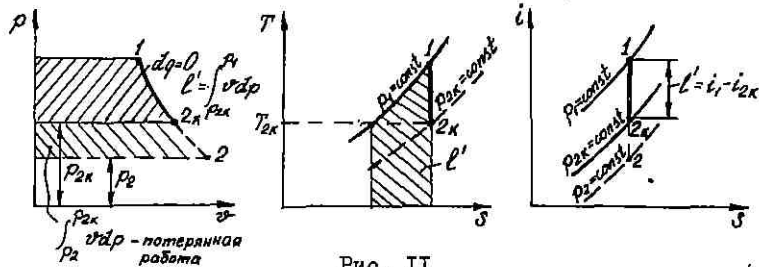


Рис. II

На рис. II в pv, TS, is -координатах показана располагаемая работа сопла в данной области истечения. Так как в надкритической области истечения давление в выходном сечении сопла $p_{2k} > p_2$, то газ или пар выходит из выходного отверстия не строго параллельными струями, как это было в подкритической области, когда в выходном сечении устанавливается давление p_2 , равное давлению окружающей среды, а под некоторыми углами δ (рис. I2). Эти углы δ пропорциональны разности давлений $(p_{2k} - p_2)$. В этом случае газ

дополнительно расширяется от давления p_{2k} до давления внешней среды p_2 за пределами выходного отверстия в атмосфере. Это расширение уже является бесполезным с точки зрения превращения его в кинетическую энергию вытекающей струи. Работа расширения от p_{2k} до p_2 идет, по-существу, на создание вихревых движений газа в окружающей среде.

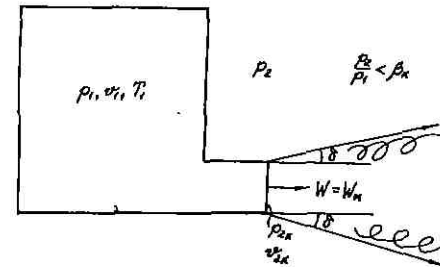


Рис. I2

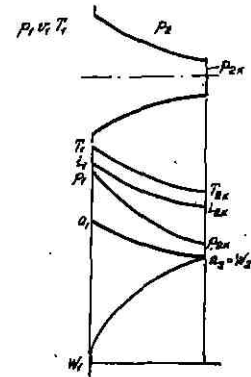


Рис. I3

В координатах pv эта не использованная потерянная работа, пошедшая на завихрение газа в окружающей среде, представится площадью, лежащей между давлениями p_{2k} и p_2 (рис. II).

Изменение параметров газа по длине сопла в этой области истечения представлено на рис. I3.

Для получения расчетных формул для скорости истечения и расхода газа в надкритической области истечения в соответствующие выражения скорости истечения (см. I.15) и секундного расхода (см. I.21) вместо отношения давлений $\frac{p_2}{p_1}$ надо подставить критический перепад давлений β_k согласно соотношению.

$$\beta_k = \frac{p_{2k}}{p_1} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

Следовательно, скорость истечения в надкритической области определится следующим образом: в уравнение скорости истечения газа (I.15) подставляем вместо отношения давлений β значение β_k , получаем

$$W - W_k = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} p_1 v_1} \quad \text{м/с} \quad (\text{I.31})$$

или

$$W_k = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} R T_1} \quad \text{м/с} \quad (\text{I.32})$$

Итак,

$$W_k \sim \sqrt{R T_1}, \quad (\text{I.33})$$

т.е. в надкритической области истечения скорость истечения зависит лишь от рода рабочего тела (величины R) и начальной температуры газа, с увеличением газовой постоянной и начальной температуры газа скорость истечения возрастает.

Аналогичным образом получим формулу расхода газа. В ранее полученную формулу (I.20) подставим вместо отношений β значения β_k , так как при

$$\beta_k = \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad G = G_{max},$$

получим

$$G_{max} = f \sqrt{2 \frac{k}{k+1} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \frac{p_1}{v_1}} \quad \text{кг/с} \quad (\text{I.34})$$

По-прежнему заменяя

$$\frac{p_1}{v_1} = \frac{p_1 p_1}{v_1 p_1} = \frac{p_1^2}{R T_1},$$

получаем

$$G_{max} = f \sqrt{2 \frac{k}{k+1} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \frac{p_1^2}{R T_1}} \quad \text{кг/с}; \quad (\text{I.35})$$

здесь

$$G \sim \frac{p_1}{\sqrt{R T_1}}, \quad (\text{I.36})$$

т.е. в данной области истечения расход газа зависит от начального давления, начальной температуры газа и рода рабочего тела, причем расход будет возрастать с увеличением p_1 и уменьшением R и T_1 .

На рис. I4 представлена общая зависимость скорости истечения и секундного расхода от отношения давлений $W, G \sim f(\beta)$.

Рассмотрим пример качественного анализа процесса истечения. Сопоставим скорости и расходы газа при истечении из двух сосудов неограниченной емкости, площадь выходного сечения в обоих сосудах одинакова (рис. I5).

Определим область истечения:

$$\begin{aligned} \text{в первом сосуде } \beta &= \\ &= \frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{10}; \end{aligned}$$

$$\text{во втором сосуде } \beta = \frac{p_2}{p_1} = \frac{4}{20} = \frac{2}{10},$$

но так как для азота $\beta_k = 0,528$, то в обоих сосудах имеем надкритический случай истечения, при котором β уже не влияет на скорость истечения и расход.

Согласно (I.33) и (I.36) имеем

$$\begin{aligned} W_1 &= W_2; \\ G_1 &< G_2. \end{aligned}$$

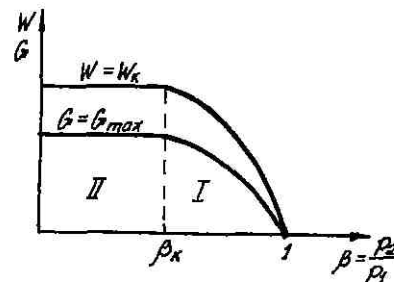


Рис. I4

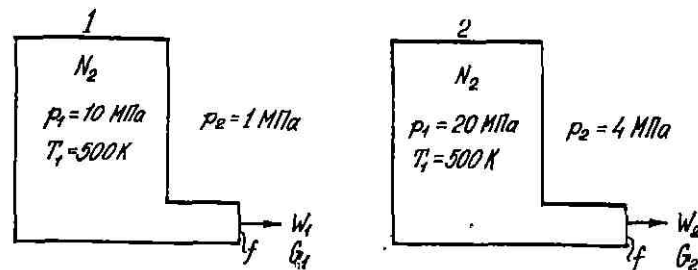


Рис. I5

Лавала

Из изложенного было видно, что при истечении газа или пара из простых цилиндрических или суживающихся отверстий в случае больших перепадов давлений, когда $\beta - \frac{p_2}{p_1} < \beta_k$, скорость истечения не может превышать местной скорости звука a и при этом только часть энергии, вытекающей струи газа или пара, соответствующая перепаду давлений от p_1 до p_{2k} , может быть превращена в полезную кинетическую энергию этой струи:

$$(p_1 - p_{2k}) \rightarrow \frac{W_k^2}{2}$$

Разность же давлений $(p_{2k} - p_2)$ является потерянной и идет на вихреобразования газа в окружающей среде и не может быть превращена в полезную кинетическую энергию вытекающей струи. Это явление долгое время тормозило развитие паровых турбин, т.е. тех тепловых двигателей, у которых рабочий процесс основан на истечении пара. Так, при истечении сухого насыщенного водяного газа или пара ($x = 1$) при его начальном давлении $p_1 = 18$ МПа критическая скорость истечения равна

$$W_k \approx 460 \text{ м/с.}$$

Кинетическая энергия пара при этой скорости равна

$$i'_k = \frac{W_k^2}{2} = 105,0 \text{ кДж/кг.}$$

А работа, эквивалентная начальной энтальпии этого пара i_1 , равна

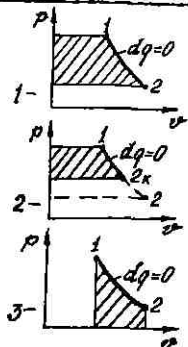
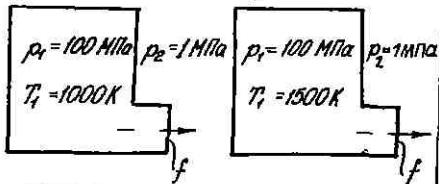
$$i'_2 = i_1 = 2822 \text{ кДж/кг.}$$

Следовательно, при истечении пара при заданных условиях использовалась только $\frac{1}{27}$ возможной располагаемой энергии пара ($\frac{i'_k}{i_1} = \frac{1}{27}$).

Вопрос о повышении работоспособности пара и газа при истечении при больших перепадах давления был решен в 1889 г. шведским инженером Лавалем, который присоединил к простому цилиндрическому насадку расширяющееся сопло.

Присоединение расширяющейся части к суживающейся представляет газу или пару возможность дальнейшего расширения от давления p_{2k} до давления окружающей среды p_2 . Таким образом, в этой расширяющейся части и происходит требуемое для увеличения скорости истечения дальнейшее падение давления и разность давлений

Вопросы	Ответы
1. Скорость истечения для II области (надкритической) зависит от . . .	1 - $(\sqrt{R T_1})$; 2 - $(\sqrt{R T_1}, \frac{1}{\beta})$; 3 - $(\frac{p_1}{\sqrt{R T_1}})$; 4 - $(\frac{p_1}{\sqrt{R T_1}}, \frac{1}{\beta})$.
2. Секундный расход газа при истечении для II области (надкритической) зависит от . . .	1 - $(\sqrt{R T_1})$, 2 - $(\sqrt{R T_1}, \frac{1}{\beta})$; 3 - $(\frac{p_1}{\sqrt{R T_1}})$; 4 - $(\frac{p_1}{\sqrt{R T_1}}, \frac{1}{\beta})$.
3. Сравните скорости истечения и секундные расходы газа азота (N_2).	1 - $W_1 = W_2$; $G_1 > G_2$; 2 - $W_1 < W_2$, $G_1 > G_2$; 3 - $W_1 > W_2$, $G_1 < G_2$.
4. На какой из диаграмм правильно изображена располагаемая работа при истечении газа во II надкритической области?	



($p_{2k} - p_2$) срабатывается в дополнительное увеличение скорости истечения выше критической скорости, т.е. выше скорости звука в наиболее узком сечении сопла ($W > a$). Таким образом, расширяющаяся часть сопла создает те условия для получения сверхзвуковых скоростей, которые не могут быть созданы одним понижением давления в среде, куда происходит истечение. В дальнейшем мы будем рассматривать лишь расчетный режим работы сопла Лавала, т.е. когда давление в выходном сечении сопла равно давлению p_2 окружающей среды. Итак, при истечении из сопла Лавала происходит процесс полного расширения, давление на срезе сопла p_{2cp} равно давлению p_2 окружающей среды ($p_{2cp} = p_2$).

На рис. 16 показана располагаемая работа сопла Лавала в pv , TS , is - координатах. Характер изменения параметров газа по длине сопла Лавала (рис. 17) определяет характер расчета скорости истечения и секундного расхода газа в этом случае.

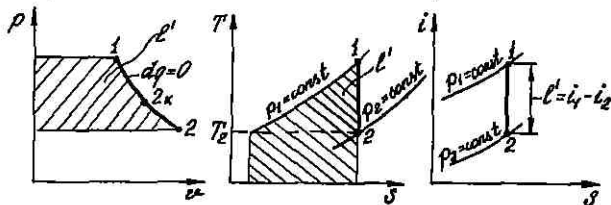


Рис. 16

Скорость истечения в выходном сечении сопла определится по общей формуле (I.14) или (I.15), когда весь перепад давлений срабатывается в кинетическую энергию вытекающей струи:

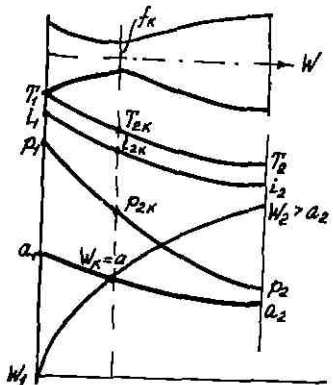


Рис. 17

$$W = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad \text{м/с}$$

или

$$W = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} R_1 T_1 \left(1 - \beta^{\frac{k-1}{k}} \right)} \quad \text{м/с.}$$

Следовательно,

$$W \sim \left(\sqrt{R T_1}, \frac{1}{\beta} \right), \quad (\text{I.37})$$

т.е. скорость истечения из сопла Лавала зависит от рода рабочего тела R начальной температуры газа T_1 и отношения давлений β и увеличивается с ростом газовой постоянной и начальной температуры газа и уменьшением отношения давлений. При уменьшении давления окружающей среды p_2 скорость истечения из сопла Лавала будет возрастать и при $p_2 = 0$ (истечение в абсолютную пустоту $\beta = 0$) скорость достигнет максимального значения:

$$W_{max} = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} R T_1} \quad \text{м/с} \quad (\text{I.38})$$

С термодинамической точки зрения постановка расширяющегося сопла позволяет получить дополнительную работу $l'_{con} = \int_{p_2}^{p_1} v dp$, которая идет на дополнительное увеличение скорости истечения газа или пара. Конечно, постановка расширяющегося сопла может увеличивать только скорость истечения газа или пара и тем самым повысить кинетическую энергию каждого килограмма вытекающего газа. Расход же газа от постановки расширяющегося сопла не изменяется, так как лимитирующее узкое сечение f_k остается при этом без изменения. Расход газа остается постоянным и равным максимальному расходу $G = G_{max}$ согласно формуле (I.34):

$$G_{max} = f \sqrt{2 \frac{k}{k+1} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{2}{k-1}} \frac{p_1^2}{R T_1}} \quad \text{кг/с,}$$

следовательно, для случая истечения из расширяющегося сопла Лавала

$$G = \left(\frac{p_1}{\sqrt{R T_1}} \right), \quad (\text{I.39})$$

т.е. при истечении из сопла Лавала расход газа зависит от начального значения давления и температуры газа и рода рабочего тела R , увеличивается с увеличением начального давления p_1 газа в резервуаре и уменьшением газовой постоянной R и начальной температуры газа T_1 . Зависимость скорости истечения и расхода газа от

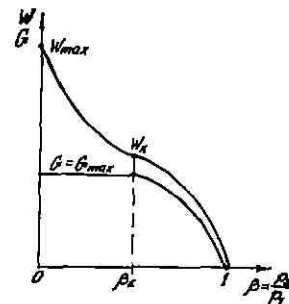
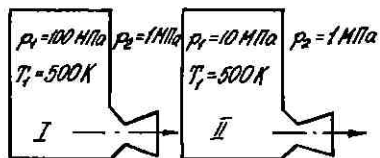


Рис. 18

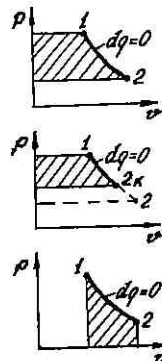
отношения давлений β при истечении из сопла Лавала показана на рис. 18.

Контрольная карточка 7

Вопрос	Ответ
1. При истечении газа из сопла Лавала давление газа на срезе сопла . . . (расчетный режим)	I - $> p_2$; 2 - $= p_2$, 3 - $= p_1 \beta_k$; 4 - $= p_2 k$.
2. При истечении газа из сопла Лавала: а) скорость истечения зависит от . . . б) расход газа зависит от . . .	I - $(\sqrt{RT_1})$, 2 - $(\sqrt{RT_1}, \frac{1}{\beta})$; 3 - $(\frac{p_1}{\sqrt{RT_1}})$; 4 - $(\frac{p_1}{\sqrt{RT_1}}, \frac{1}{\beta})$.
3. Сравните скорости истечения и расходы воздуха при истечении из одинаковых сопел Лавала	I - $W_1 > W_2$; $G_1 > G_2$. 2 - $W_1 = W_2$; $G_1 > G_2$. 3 - $W_1 < W_2$; $G_1 < G_2$.



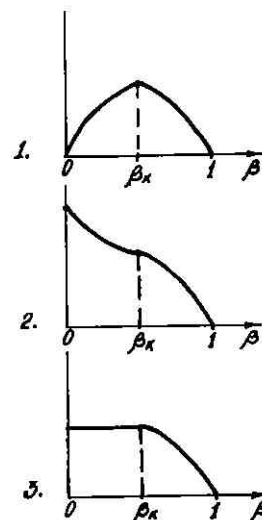
4. На какой из диаграмм правильно изображена располагаемая работа l' при истечении из сопла Лавала?



5. На каком из графиков правильно показана зависимость от отношения давлений

$$\beta = \frac{p_2}{p_1} :$$

- а) скорости истечения из суживающегося сопла;
 б) скорости истечения из сопла Лавала;
 в) расхода газа из суживающегося сопла;
 г) расхода газа из сопла Лавала?



§ 7. Процесс дросселирования

Дросселированием или мятием называется процесс, происходящий при течении потока пара или газа через местное сопротивление в трубопроводе, например при прохождении различных диафрагм.

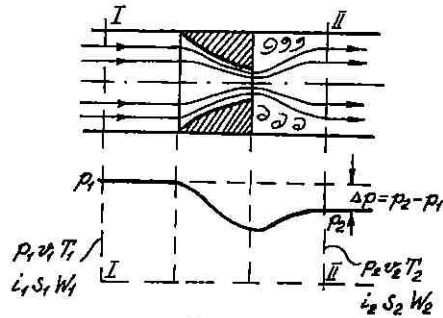


Рис. 19

Рассмотрим этот процесс при отсутствии внешнего теплообмена, т.е. будем исследовать адиабатное дросселирование $dq = 0$, (рис. 19).

Установлено, что давление p_2 после прохождения потока через местное сужение в канале оказывается меньше давления p_1 до сужения диафрагмы ($p_2 < p_1$).

В технике процесс дросселирования возникает при прохождении потока пара или газа через вентили, задвижки и, вообще, при прохождении суженных сечений в канале. В этих случаях процесс дросселирования является вредным, ухудшающим состояние текущего газа или пара как рабочего тела в теплосиловых установках. В других же случаях процесс дросселирования осуществляется как необходимый рабочий процесс, преследующий определенные цели. Так, например, дросселирование в двигателях внутреннего сгорания, в паровых турбинах применяется как метод регулирования мощности этих двигателей.

При дросселировании скорость газа или пара в узком сечении отверстия увеличивается за счет внутренней энергии текущего газа, температура текущего газа в этом сечении уменьшается. Пройдя узкое сечение, газ, внезапно расширяясь, приходит в вихревое движение, причем для образования вихрей затрачивается часть энергии истечения, которая затем за счет диссипации энергии вихрей опять почти полностью превращается в тепло. Все это тепло идет на повышение температуры газа после дросселя (после сужения потока) почти до первоначального значения T_1 . Таким образом, после прохождения газом узкого сечения температура этого газа или пара возвращается почти к первоначальному значению.

Для процесса дросселирования идеального газа это утверждение является абсолютно строгим и при дросселировании идеального газа $T_1 = T_2$. Для реальных же газов и паров это утверждение является приближенным и в общем случае при дросселировании $T_1 \neq T_2$. Это соотношение температур T_1 и T_2 при дросселировании реальных газов рассмотрим более подробно несколько ниже, а вначале применим уравнение первого закона термодинамики к случаю адиабатного процесса дросселирования. В общем случае при адиабатном течении газа в канале уравнение первого закона термодинамики имеет вид, выражение которого было получено при анализе процессов течения и истечения газов в каналах:

$$i_1 - i_2 = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} \quad (2.1)$$

Обычно изменение кинетической энергии $\frac{W_2^2 - W_1^2}{2}$ потока при дросселировании весьма невелико по сравнению с абсолютными значениями энтальпии i_1 и i_2 и составляет лишь доли процента от абсолютных значений i . Например, если энтальпия водяного пара равна $i_1 = 3079$ кДж/кг, то изменение энтальпии при дросселировании равно лишь

$$i_1 - i_2 = 1,9 \text{ кДж/кг.}$$

Поэтому с достаточной для практики точностью в процессе дросселирования можно пренебречь изменением кинетической энергии потока и считать, что $\frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = 0$, т.е. получаем $W_1 = W_2$. При этом условии основное уравнение первого закона термодинамики для процесса дросселирования примет вид

$$i_1 - i_2 = 0$$

или

$$i_1 = i_2,$$

т.е.

$$i_1 = \text{const} \quad (2.2)$$

Следовательно, с достаточной степенью точности можно полагать, что в процессе дросселирования энтальпия газа i остается величиной постоянной и оба состояния газа до дросселирования и после дросселирования в iS -диаграмме расположатся на горизонтальной прямой (рис. 20).

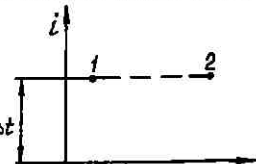


Рис. 20

Однако линию 1-2 нельзя рассматривать как какой-то определенный термодинамический процесс с $i = const$. При дросселировании промежуточные точки не соответствуют промежуточным состояниям газа из-за имеющихся реальных необратимых явлений трения, завихрения и др. Поэтому сама линия 1-2 уже не будет отвечать термодинамическому процессу с $i = const$, т.е. не будет каким-то определенным изохорическим термодинамическим процессом. Только условно дросселирование можно называть изохорическим процессом, т.е. процессом постоянной энтальпии. На самом деле никакого термодинамически обратимого процесса с $i = const$ при дросселировании не существует и линию 1-2 следует рассматривать лишь как графический прием для нахождения конечного состояния при дросселировании.

Поскольку дросселирование из-за действия сил трения представляет собой необратимый термодинамический процесс (при отсутствии внешнего теплообмена необратимый адиабатный процесс), энтропия газа в результате дросселирования должна увеличиваться ($S_2 > S_1$). Чтобы найти изменение энтропии газа при дросселировании, воспользуемся соотношениями первого и второго законов термодинамики.

Пусть в результате дросселирования газ переходит из состояния 1, характеризуемого значениями давления p_1 и энтальпии i_1 , в состояние 2 с давлением p_2 и энтальпией $i_2 = i_1 = const$.

Вообразим некоторый термодинамический обратимый переход из состояния 1 в состояние 2, при котором энтальпия газа не меняется (что всегда может быть выполнено за счет соответствующего подвода тепла к газу извне).

Для такого обратимого перехода мы можем написать уравнение I и II законов термодинамики, а именно:

$$dq = di - vdp, \quad (2.3)$$

так как

$$dq = Tds, \quad (2.4)$$

то получим

$$Tds = di - vdp. \quad (2.5)$$

Так как энтропия есть функция состояния, то изменение ее не зависит от пути, по которому идет процесс (обратимый или действительный необратимый), а определяется лишь конечными и начальными параметрами состояния. Начальные и конечные параметры газа в обоих процессах (в обратимом и действительном) те же самые, поэтому последнее уравнение (2.5) определяет изменение энтропии и в действительном процессе дросселирования.

Таким образом, в применении к процессу дросселирования ($i = const, di = 0$) последнее уравнение примет следующий вид:

$$Tds = -vdp \quad (2.6)$$

или

$$ds = -\frac{v}{T} dp. \quad (2.7)$$

Так как энтропия потока газа или пара при дросселировании может только возрастать ($ds > 0$), то, следовательно, vdp должен быть свой собственный знак "минус" ($dp < 0$). Отсюда видно, что давление при дросселировании может только уменьшаться ($p_2 < p_1$).

Из последнего уравнения следует, что энтропия при дросселировании возрастает тем сильнее, чем больше перепад давлений dp и чем меньше температура дросселируемого газа T .

Падение давления ($\Delta p = p_2 - p_1$) при дросселировании зависит от ряда причин:

- от природы и состояния текущего газа;
- от скорости его движения W ;
- от относительной величины сужения сечения канала, а также от ряда других факторов.

Поскольку давление при дросселировании всегда уменьшается, то его удельный объем v всегда при этом увеличивается, т.е.

$$\Delta v = (v_2 - v_1) > 0; \\ v_2 > v_1.$$

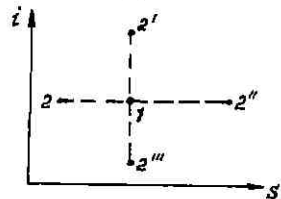
Поскольку при дросселировании $dp < 0$, а $dv > 0$, то, следовательно, $p = f(v)$ при дросселировании ($i = const$) представляет собой убывающую функцию и ее производная всегда отрицательна:

$$\left(\frac{dp}{dv}\right)_i < 0.$$

Контрольная карточка 8

Вопрос	Ответ
I. Как меняются при дросселировании следующие параметры потока:	I - увеличивается;
а) давление;	2 - уменьшается;
б) удельный объем;	3 - остается постоянной.
в) плотность;	
г) энтальпия;	
д) энтропия?	

2. Какой из процессов, изображенных на графике, соответствует адиабатному процессу дросселирования из точки 1?



- I - I - 2;
 2 - I - 2^I;
 3 - I - 2^{II};
 4 - I - 2^{III}

§ 8. Эффект Джоуля - Томсона

Рассмотрим более подробно вопрос об изменении температуры газов и паров при дросселировании. При дросселировании идеального газа, как уже было отмечено, температура газа не меняется:

$$T_1 = T_2.$$

При дросселировании же реальных газов и паров в общем случае

$$T_1 \neq T_2.$$

Явление изменения температуры газов при адиабатном дросселировании называется эффектом Джоуля - Томсона.

Оношение бесконечно малого изменения температуры dT в элементарном процессе дросселирования к соответствующему изменению давления dp в этом процессе называется дифференциальным температурным эффектом дросселирования (дифференциальным дроссель-эффектом) и обозначается через

$$\alpha = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_i. \quad (2.8)$$

Величину α часто называют коэффициентом Джоуля - Томсона. Согласно основным дифференциальным соотношениям термодинамики можно получить следующее уравнение:

$$\alpha = \frac{T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v}{c_p}. \quad (2.9)$$

Чтобы определить α для конкретного вещества, нужно знать теплоемкость c_p и уравнение состояния, из которого можно было бы найти производную $\frac{\partial v}{\partial T}$.

Уравнения (2.8) и (2.9) показывают, что алгебраический знак ΔT зависит от алгебраического знака числителя $\left[T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v \right]$, так как при дросселировании знак dp всегда отрицательный. Для идеального газа, подчиняющегося уравнению состояния идеального газа для процесса $p = \text{const}$, имеем

$$p dv = R dT \quad (2.10)$$

или

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p = \frac{R}{p}. \quad (2.11)$$

Учитывая (2.9) и (2.10) и что из уравнения состояния идеального газа $v = \frac{RT}{p}$, получаем

$$\alpha = \frac{T \frac{R}{p} - v}{c_p} = 0, \quad (2.12)$$

т.е. температурный эффект дросселирования идеального газа равен нулю. Для реальных газов температурный эффект дросселирования не равен нулю и может иметь как положительный, так и отрицательный знак $\alpha \neq 0$.

Знак температурного эффекта дросселирования $\alpha = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_i$ будет зависеть, согласно основному уравнению (2.9), от начального состояния реального газа, т.е. от степени его сжимаемости и его температуры.

Действительно, если приближенно выразить дифференциальный дроссель-эффект (2.8) как

$$\alpha \approx \left(\frac{\Delta T}{\Delta p} \right)_i = \left(\frac{\Delta T}{-\Delta p} \right)_i, \quad (2.13)$$

то анализ этого соотношения позволяет сделать следующие выводы. Поскольку Δp при дросселировании всегда отрицательно ($\Delta p < 0$), то, следовательно, изменение температуры ΔT при дросселировании всегда будет определяться только знаком α . Если $\alpha < 0$, а $\Delta p < 0$ всегда, то $\Delta T > 0$, т.е. в этих условиях при дросселировании реального газа его температуры увеличиваются. Наоборот, если $\alpha > 0$, $\Delta p < 0$, то $\Delta T < 0$ и, следовательно, в этих условиях при дросселировании реального газа его температура уменьшается.

Следовательно, знак у величины α противоположен знаку у ΔT .

Физическое объяснение изменения температуры газа при дросселировании заключается в соотношении изменения внутренней кинети-

ческой и внутренней потенциальной энергии текущего реального газа. Если имеет место увеличение внутренней кинетической энергии газа, то температура его при дросселировании увеличивается; если же дросселирование вызывает большее увеличение внутренней потенциальной энергии и уменьшение внутренней кинетической энергии, то температура реального газа при дросселировании снижается. Если же изменение внутренней кинетической энергии газа при дросселировании равно нулю, то и температура газа при этом не меняется.

Из анализа уравнений (2.8) и (2.9) можно сделать следующие выводы.

Поскольку всегда $c_p > 0$, то знак у α определяется знаком числителя $\left[T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v \right]$ по уравнению (2.9).

Если

$$\left[T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v \right] > 0, \quad \text{то и } \alpha > 0, \Delta T < 0.$$

$$\left[T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v \right] < 0, \quad \text{то и } \alpha < 0, \Delta T > 0.$$

Если же

$$\left[T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v \right] = 0 \quad \text{то и } \alpha = 0, \text{ а значит и } \Delta T = 0.$$

Итак, при некоторой строго определенной температуре реального газа также, как и у идеального газа, его температурный эффект дросселирования может оказаться равным нулю ($\alpha = 0$) и, следовательно, $\left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_i = 0$ и $T_1 = T_2 = const$, т.е. температура реального газа при дросселировании при этом не изменяется. Такое состояние, в котором температурный эффект дросселирования реального газа равен нулю и меняет свой знак, называется точкой инверсии. Температура реального газа, отвечающая точке инверсии, называется температурой инверсии $T_{инв}$.

Из основного определения температурного эффекта дросселирования по уравнению (2.8)

$$\alpha = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_i$$

следует, что существует не одна, а множество точек инверсии, в зависимости от величины давления p движущегося реального газа. Эти точки инверсии определяются уравнениями

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_i = 0; \quad T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v = 0; \quad \alpha = 0. \quad (2.14)$$

При этих условиях $T_1 = T_2 = T_{инв} = const$.

Совокупность точек инверсии, в которых $\alpha = 0$, представляет собой непрерывную кривую, называемую кривой инверсии данного реального вещества.

Исследования показывают, что температурный эффект дросселирования в критической точке K имеет для всех веществ положительное значение $\alpha_K > 0$. Следовательно, дросселирование вещества в области критической точки приводит всегда к понижению его температуры

$$(\Delta T_K)_{при \text{ дросс}} < 0.$$

Основные соотношения, характеризующие особенности процесса дросселирования, могут быть установлены графическим методом при применении T, v -диаграммы.

С помощью уравнения Ван-дер-Ваальса и при известных критических параметрах реального газа или пара (p_K, v_K, T_K) можно построить T, v -диаграмму состояния вещества. Если в этой диаграмме провести изобару реального газа или пара вплоть до жидкого состояния, то получим следующий вид диаграммы (рис. 21). Проведем анализ процесса дросселирования реального газа с помощью этой диаграммы.

Пусть при заданном давлении p осуществляется процесс дросселирования этого газа. Рассмотрим два случая дросселирования.

Первый случай отвечает начальному состоянию реального газа перед дросселированием, характеризуемому точкой A , и второй случай — точкой B .

Линия C_1-A-C_2-B-F представляет собой изобару $p = const$ данного реального газа. Через эту точку A начального состояния реального газа проведем касательную к изобаре и определим значение отрезка MN :

$$\operatorname{tg} \beta = \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)_p = \frac{AN}{MN}, \quad (2.15)$$

отрезок AN отвечает текущему значению температуры T в точке A , т.е. $AN = T$. Отрезок MN можно представить в виде суммы двух отрезков $MN = MO + ON = MO + v$, так как $ON = v$ (текущее значение объема), то, следовательно,

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{T}{MO + v} = \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)_p.$$

Отсюда имеем

$$T - (MO + v) \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)_p.$$

Тогда

$$MO = T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v. \quad (2.16)$$

Таким образом, отрезок MO соответствует положительному значению числителя в уравнении (2.9)

$$MO = \left[T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v \right] > 0.$$

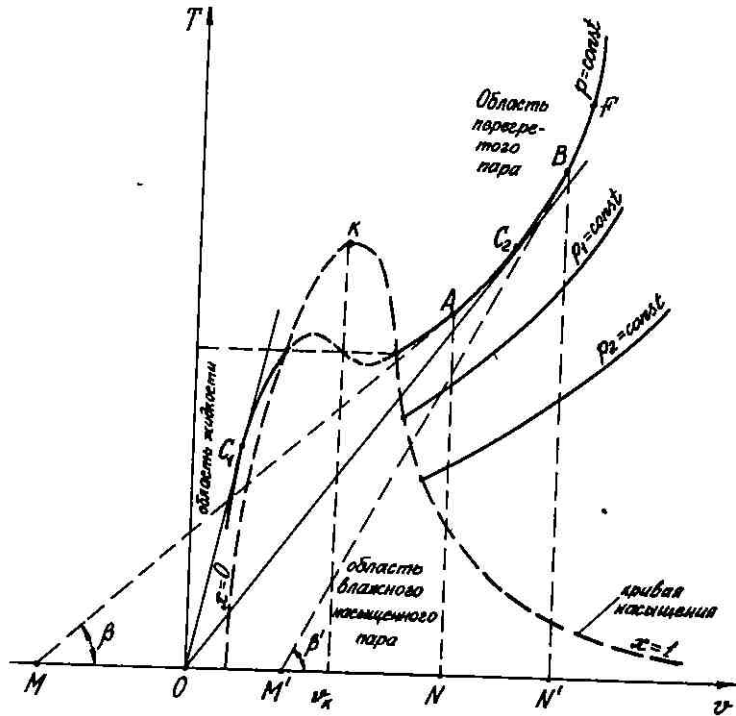


Рис. 21

Из предыдущего анализа уже было выяснено, что если числитель выражения (2.9) положителен, то и температурный дроссель-эффект тоже положителен ($\alpha > 0$), а следовательно, $\Delta T < 0$, т.е. в

этом случае имеет место понижение температуры реального газа при дросселировании.

Для точки B соответственно получим

$$t_{\rho} \beta' - \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)_p = \frac{BN'}{M'N'}.$$

Отрезок BN' равен текущему значению температуры T в точке B , т.е. $BN' = T$, из рис. 21 следует, что

$$M'N' = ON' - OM'.$$

Отрезок ON' равен текущему значению объема v в точке B :

$$ON' = v.$$

Следовательно, $M'N' = v - OM'$,

$$t_{\rho} \beta' = \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)_p - \frac{T}{v - OM'}.$$

Отсюда получаем, что

$$OM' = - \left[T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v \right], \quad (2.17)$$

т.е. отрезок OM' соответствует значению числителя в уравнении (2.9), но с противоположным знаком:

$$OM' = - \left[T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v \right] < 0.$$

Из предыдущего анализа было выяснено, что если числитель выражения (2.9) отрицателен

$$\left[T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v \right] > 0, \text{ то и } \alpha < 0, \text{ а } \Delta T > 0,$$

т.е. в этом случае имеет место увеличение температуры реального газа при дросселировании.

Из приведенного выше анализа можно сформулировать следующее положение.

Если точка M лежит левее начала координат в системе $[T, v]$ (случай A , рис. 21), то числитель уравнения (2.9)

$$\left[T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v \right] > 0$$

и при дросселировании имеет место понижение температуры реального газа ($\Delta T < 0$).

Если же точка M' располагается правее начала координат в системе $[T, v]$ (случай B , рис. 21), то числитель уравнения (2.9)

$$\left[T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v \right] < 0, \text{ а } \Delta T > 0,$$

т.е. в этом случае температура реального газа в процессе дросселирования повышается.

Если же точки M или M' совпадают с началом координат, то, следовательно,

$$MO = \left[T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v \right] = 0,$$

а значит, согласно уравнению (2.9) и $\alpha = 0$.

В этом случае температура реального газа при дросселировании, как и у идеального газа, не изменяется и соответствует температуре инверсии, а само состояние газа при этом отвечает точке инверсии. Из графика на рис. 21 видно, что для любой изобары реального газа отвечают этому условию две точки инверсии C_1 и C_2 : одна в области перегретого пара - C_2 , а другая в области жидкости - C_1 .

Так как для различных изобар имеет место свое значение температуры инверсии, то, следовательно, как уже было указано, температура инверсии зависит от давления и в координатах p, t можно изобразить сплошную кривую инверсии. Инверсионная кривая для азота представлена на рис. 22. В области, лежащей выше инверсионной кривой, температурный эффект $\Delta T > 0$, т.е. дросселирование вызывает нагревание газа, а в области, лежащей под инверсионной кривой, температурный эффект отрицателен $\Delta T < 0$, т.е. дросселирование газа сопровождается его охлаждением. Согласно вышеизложенному, каждому давлению отвечают две точки инверсии, т.е. две температуры, в которых температурный эффект дросселирования равен нулю.

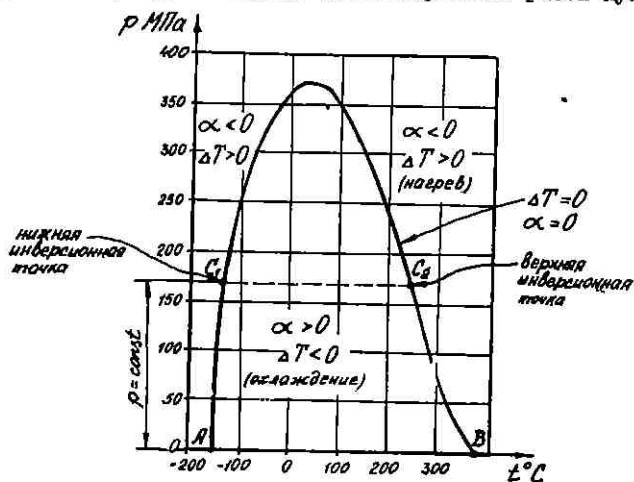


Рис. 22

Первая точка, соответствующая меньшей температуре, называется нижней инверсионной точкой, а вторая, соответствующая большей температуре - верхней инверсионной точкой.

Кривая инверсии пересекается с осью температур в двух точках A и B (т.е. прямой $p = 0$, рис. 22). В точке B пересечения правой ветви кривой инверсии с осью температур объем $V \rightarrow \infty$, а температура T_{02} в этой точке для газа, подчиняющегося уравнению Ван-дер-Ваальса, будет равна

$$T_{02} = 6,75 T_k. \quad (2.18)$$

Левая ветвь инверсионной кривой пересекается с осью температур в точке A . Для газа, подчиняющегося уравнению Ван-дер-Ваальса, значение температуры инверсии в этой точке будет равно

$$T_{01} = 0,75 T_k. \quad (2.19)$$

Конечно, эти величины T_{01} и T_{02} , полученные для Ван-дер-Ваальсовых газов, лишь приближенно отвечают реальным данным, поскольку само уравнение Ван-дер-Ваальса является приближенным.

Если рассмотреть процесс дросселирования паров и проанализировать его по i, s -диаграмме, то можно прийти к следующим выводам. Дросселирование паров в i, s -диаграмме изображено на рис. 23.

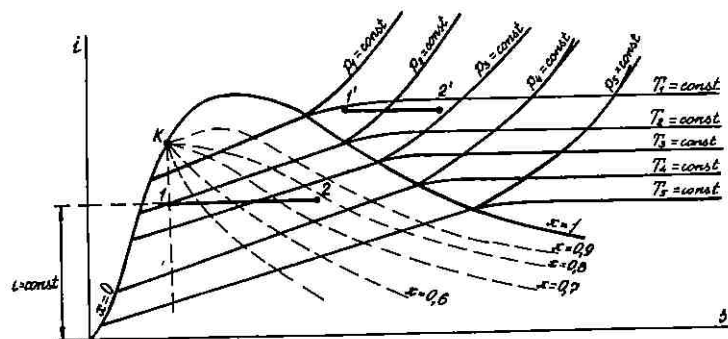


Рис. 23

Дросселирование влажных насыщенных паров большой степени влажности (малых значений x) приводит к увеличению степени сухости x таких паров и одновременному значительному понижению температуры этого пара (процесс I - 2 рис. 23). При этом влажный

пар подсушивается. Этот эффект значительного понижения температуры при дросселировании влажных паров используется в современной холодильной технике для получения холода (положительный эффект Джоуля - Томсона). То же самое наблюдается и при дросселировании перегретого пара, но в значительно меньшей степени (процесс $I'-2'$, рис. 23).

Контрольная карточка 9

Вопрос	Ответ
1. При дросселировании идеального газа T_1	1 - $= T_2$; 2 - $> T_2$; 3 - $< T_2$; 4 - $\geq T_2$.
2. При дросселировании реального газа или пара T_1	1 - $= T_2$; 2 - $> T_2$; 3 - $< T_2$; 4 - $\geq T_2$.
3. Температурный эффект дросселирования (α) идеального газа	1 - ≥ 0 ; 2 - > 0 ; 3 - < 0 ; 4 - $= 0$.
4. Температурный эффект дросселирования (α) реального газа и пара	1 - ≥ 0 ; 2 - > 0 ; 3 - < 0 ; 4 - $= 0$.
5. Степень сухости при дросселировании паров большой степени влажности	1 - не изменяется; 2 - уменьшается; 3 - увеличивается.
6. Эффект Джоуля - Томсона проявляется при дросселировании	1 - идеального газа; 2 - реального газа; 3 - любого газа.

ОТВЕТЫ К КОНТРОЛЬНЫМ КАРТОЧКАМ х)

1 - 1.2	7 - 2a.2
1 - 2.1,3	7 - 2б.3
1 - 3.2,3	7 - 3.1
2 - 1.3	7 - 4.1
2 - 2.3	7 - 5a.3
2 - 3.1,3	7 - 5б.2
2 - 4.2,3	7 - 5в.3
3 - 1.1,2	7 - 5г.3
3 - 2.3,4	8 - 1a.2
4 - 1.4	8 - 1б.1
4 - 2.1	8 - 1в.2
4 - 3.2,4	8 - 1г.3
5 - 1.2	8 - 1д.1
5 - 2.3	8 - 2.3
5 - 3.2	9 - 1.1
5 - 4.3	9 - 2.4
6 - 1.1	9 - 3.4
6 - 2.3	9 - 4.1
6 - 3.2	9 - 5.3
6 - 4.2	9 - 6.2
7 - 1.2	

х) Первая цифра соответствует номеру карточки, вторая - номеру вопроса, третья и т.д. - номеру правильного ответа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кириллин В.А., Сычев В.В., Шейндлин А.Е. - Техническая термодинамика. - М.: Энергия, 1968.
2. Техническая термодинамика / Е.В. Дрыжаков, Н.П. Козлов, Н.К. Корнейчук, В.И. Кофанов, В.И. Крутов, Б.Н. Юдаев. - М.: Высшая школа, 1971.
3. Вукалович М.П., Новиков И.И. - Техническая термодинамика. - М.: Энергия, 1968.
4. Ястржембский А.С. - Техническая термодинамика. - М.: Госэнергоиздат, 1960.
5. Литвин А.М. - Техническая термодинамика. - М.: Госэнергоиздат, 1962.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Введение	5
Глава I. Термодинамическая теория истечения газов и паров	6
§ 1. Уравнение первого закона термодинамики в применении к случаю течения и истечения газов и паров	6
§ 2. Определение располагаемой работы потока	9
§ 3. Истечение из резервуара неограниченной емкости	13
§ 4. Исследование формулы секундного расхода газа при истечении	17
§ 5. Истечение из суживающихся сопел	24
§ 6. Использование полного перепада давлений в надкритической области истечения. Истечение из сопла Лавалья	33
Глава II. Дросселирование (мятие) газа и пара	38
§ 7. Процесс дросселирования	38
§ 8. Эффект Джоуля - Томсона	42
Ответы к контрольным карточкам	51
Литература	52

Валентин Константинович Кошкин
Татьяна Васильевна Михайлова

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИСТЕЧЕНИЯ ГАЗОВ И
ПАРОВ, ПРОЦЕСС ДРОССЕЛИРОВАНИЯ

Редактор А.Р. Бакулева
Техн. редактор Е.А. Смирнова
Л- 99413 от 25.03.83
Бум. типогр. № 2. Формат 60x90 1/16
Печ. л. 3,50 ; уч.-изд. л. 3,50. Тираж 1000
Зак. 204/619. Цена 20 коп.
Ротапринт МАИ
125871, Москва, Волоколамское шоссе, 4