

ДВИГАТЕЛИ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ УСТАНОВКИ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

УДК 536.24

© А.М. МОЛЧАНОВ, Л.В. БЫКОВ, В.В. ДОНСКИХ, 2012

РАСЧЕТ ВЫСОТНЫХ СТРУЙ РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ С УЧЕТОМ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ РЕЛАКСАЦИИ

МОЛЧАНОВ Александр Михайлович, доцент Московского авиационного института (национального исследовательского университета), к.т.н.
Тел.: 8(916)455-5942; e-mail: alexmol_2000@mail.ru

MOLCHANOV Alexander M., associate professor of Moscow Aviation Institute (National Research University), Candidate of Engineering Science.
Phone: +7(916)455-5942; e-mail: alexmol_2000@mail.ru

БЫКОВ Леонид Владимирович, заведующий лабораторией Московского авиационного института (национального исследовательского университета), к.т.н.
Тел.: 8(903)132-1909; e-mail: k204bykov@mai.ru

BYKOV Leonid V., head of laboratory of Moscow Aviation Institute (National Research University), Candidate of Engineering Science.
Phone: +7(903)132-1909; e-mail: k204bykov@mai.ru

ДОНСКИХ Виктор Владимирович, заместитель проректора Московского авиационного института (национального исследовательского университета).
Тел.: 8(916)843-8478; e-mail: vic@mai.ru

DONSKIKH Victor V., deputy vice-rector of Moscow Aviation Institute (National Research University).
Phone: +7(916)843-8478; e-mail: vic@mai.ru

Работа посвящена исследованию энергетического обмена и релаксационных процессов, происходящих в струе газа, истекающего из модельного ракетного двигателя (РД). Показано, что на больших высотах полета температуры различных колебательных энергетических мод существенно отличаются друг от друга, а также от поступательно-вращательной температуры. Поля колебательных температур существенно зависят от спонтанной излучательной дезактивации. В работе приведены результаты расчетов, полученные при использовании различных данных по кинетике.

The work is devoted to the study of energy exchange and relaxation processes occurring in the gas jet exhausting from a model rocket engine. It is shown that at high altitudes, temperatures of different vibrational energy modes differ significantly from each other, as well as from the translational-rotational temperature. Vibrational temperature fields depend strongly on the spontaneous radiative deactivation. The paper presents the results of calculations obtained by using various data on the kinetics.

Ключевые слова: высотные струи ракетных двигателей, поступательная, вращательная и колебательная энергия молекул, колебательная релаксация, неравновесные процессы.

Key words: high-altitude rocket engine jets, translational, rotational and vibrational molecular energy, vibrational relaxation, non-equilibrium processes.

1. Введение

Известно [1], что столкновения молекул в газе сопровождаются изменением поступательной, вращательной, колебательной и электронной энергии партнеров по столкновению. Кроме того, в результате столкновений могут происходить химические реакции и реакции ионизации. Вероятности этих процессов сильно различаются, поэтому для возбуждения определенных степеней свободы молекул газа требуется разное число столкновений. Например, для обмена поступательной энергией достаточно двух-трех соударений молекул, а для обмена колебательной энергией — порядка 10000. Таким образом, можно говорить о различных характерных временах (временах релаксации) отдельных процессов. Под *релаксацией* понимается процесс установления равновесия между отдельными степенями свободы молекул газа.

При истечении струи из двигателя ракеты для высот полета, начиная с высот 60—70 км, характерное время установления равновесия по поступательным и колебательным степеням свободы молекул (так называемый T-V переход) становится сравнимым с газодинамическим временем, и газ уже нельзя считать термически неравновесным.

Аналогичные процессы реализуются в течениях за сильным скачком уплотнения [2—4], а также в случае течения сильно расширяющего сверхзвукового потока [5—9].

К сожалению, кинетика неравновесных процессов изучена далеко не для всех V-T и, особенно, V-V переходов. Проблема усложняется из-за того, что на больших высотах полета в уравнении энергии необходимо учитывать сброс колебательной энергии за счёт излучения.

2. Математическая модель

Основная система уравнений включает: общее уравнение неразрывности, уравнения количества движения, уравнение полной энергии, уравнения неразрывности для компонентов газовой смеси, уравнения колебательной энергии для всех колебательных энергетических мод.

1. Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0, \quad (1)$$

где ρ — плотность газовой смеси; u_j — компонента скорости в j -м направлении.

2. Уравнение количества движения

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j u_i + \delta_{ji} p - \tau_{ij}) = 0, \quad (2)$$

где p — давление; τ_{ij} — тензор вязких напряжений.

3. Уравнение полной энергии

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho u_j \left(E + \frac{p}{\rho} \right) + q_{ir,j} + q_{v,j} + \sum_s V_{s,j} \rho_s h_s - u_i \tau_{ij} \right] = -Q_R, \quad (3)$$

где E — полная энергия на единицу массы; h_s — удельная (на единицу массы) энтальпия компонента s ; ρ_s — плотность компонента s ; $V_{s,j}$ — диффузионная скорость компонента s в j -м направлении; $q_{v,j}$ — плотность теплового потока колебательной энергии в j -м направлении; $q_{ir,j}$ — плотность теплового потока поступательно-вращательной энергии в j -м направлении; Q_R — потери на излучение.

4. Уравнение колебательной энергии m -й колебательной моды

$$\frac{\partial}{\partial t} (E_{v,m}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (E_{v,m} u_j + q_{v,m,j} + E_{v,m} V_{s,j}) = Q_{T-v,m} + Q_{v-v,m} + Q_{c-v,m} - Q_{R,m}, \quad m = 1, 2, \dots, N_M, \quad (4)$$

где $E_{v,m}$ — удельная (на единицу объема) колебательная энергия m -й колебательной моды; $q_{v,m,j}$ — плотность теплового потока колебательной энергии m -й колебательной моды в j -м направлении; $Q_{T-v,m}$ — скорость поступательно-колебательного T-V перехода энергии; $Q_{v-v,m}$ — скорость колебательно-колебательного V-V перехода энергии; $Q_{c-v,m}$ — скорость образования колебательной энергии m -й колебательной моды в результате химических реакций; $Q_{R,m}$ — скорость потери колебательной энергии m -й колебательной моды в результате спонтанной излучательной дезактивации; N_M — число колебательных энергетических мод.

Кроме $E_{v,m}$, можно ввести другие удельные характеристики колебательной энергии:

$e_{v,m}$ — удельная (на единицу массы газовой смеси) колебательная энергия m -й колебательной моды:

$$e_{v,m} = \frac{E_{v,m}}{\rho}; \quad (5)$$

$E_{v,i}$ — удельная (на единицу массы компонента, к которому относится данная мода) колебательная энергия m -й колебательной моды:

$$E_{v,m} = \frac{E_{v,m}}{\rho_m} = \frac{E_{v,m}}{\rho C_m} = \frac{e_{v,m}}{C_m} \quad (6)$$

5. Уравнение сохранения массы химического компонента s

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho C_s) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho C_s u_j + \rho C_s V_{s,j}) = \dot{w}_s, \quad (7)$$

$$s = 1, 2, \dots, N_C - 1,$$

где C_s — массовая доля компонента s ,

$$C_s = \frac{\rho_s}{\rho}; \quad (8)$$

\dot{w}_s — скорость образования компонента s в результате химических реакций; N_C — количество компонентов газовой смеси.

В этой системе используются следующие предположения:

1) вращательные энергетические моды находятся в равновесии с поступательными, и они определяются единой поступательно-вращательной температурой T_{tr} ;

2) энергия возбужденных электронных состояний молекул пренебрежимо мала по сравнению с остальными энергетическими модами;

3) считается, что потери тепла на излучение в уравнении энергии обусловлены в основном высвечиванием (деактивацией) колебательных мод;

4) не учитываются энергетические переходы электронов и ионов.

Эти допущения не являются критичными и используются только для упрощения записи уравнений. При необходимости система может быть дополнена соответствующими уравнениями и членами уравнений.

Для колебательных энергий использовался подход, основанный на моделировании колебательного движения молекул моделью гармонического осциллятора. Этот подход широко применяется при моделировании процессов в газодинамических лазерах [10]. Можно предположить, что такой подход позволит получить удовлетворительное описание течений, рассматриваемых в представленной работе.

При использовании модели гармонического осциллятора среднее число m -х колебательных квантов e_m определяется формулой

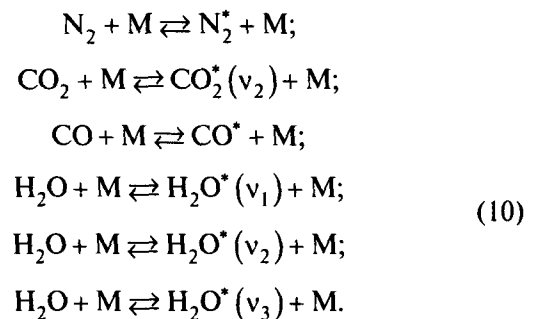
$$e_m = \frac{1}{\exp(\theta_m/T_{v,m}) - 1} = \frac{\exp(-\theta_m/T_{v,m})}{1 - \exp(-\theta_m/T_{v,m})}, \quad (9)$$

где $T_{v,m}$ — соответствующая колебательная температура; θ_m — характеристическая колебательная температура m -й колебательной моды.

В многокомпонентной смеси двухатомных и многоатомных молекул возбуждение или дезактивация колебательных степеней свободы молекул при неупругих соударениях может происходить двумя путями: 1) путем непосредственного перехода кинетической энергии сталкивающихся молекул в колебательную энергию, и наоборот (процесс прямого возбуждения или дезактивации), обозначаемый как T-V (V-T) переход; 2) путем обмена энергией между колебательными степенями свободы сталкивающихся молекул (процесс колебательно-колебательного обмена), обозначаемый как V-V переход. V-V переходы бывают как внутримолекулярные, так и межмолекулярные; 3) вследствие спонтанной излучательной дезактивации.

Поступательно-колебательные переходы

Учитывались следующие T-V процессы:



Здесь звездочкой обозначено колебательно возбужденное состояние молекулы.

Для определения скорости поступательно-колебательного T-V перехода энергии $Q_{T-v,m}$ используется модель Ландау—Теллера [11]:

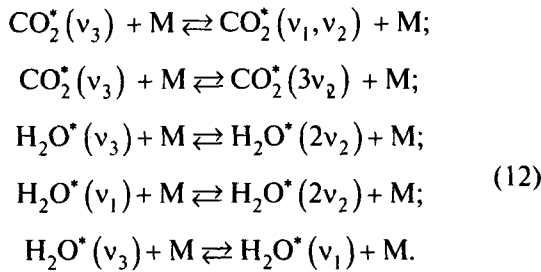
$$Q_{T-v,m} = \rho_m \frac{E_{v,m}^*(T_{tr}) - E_{v,m}}{\tau_m} = \rho \frac{e_{v,m}^*(T_{tr}) - e_{v,m}}{\tau_m}, \quad (11)$$

где τ_m — релаксационное время m -й колебательной моды

Релаксационное время определялось по формулам Милликана и Уайта [14], А.К. Реброва и др. [13] и Э.А. Ашратова и др. [6].

Внутримолекулярные колебательно-колебательные V-V переходы

Учитывались следующие переходы:



Здесь звездочкой обозначены колебательно возбужденные молекулы; через М обозначена любая из молекул газовой смеси.

Скорости таких реакций рассчитываются по формулам из работ [6, 12, 13].

Уменьшение энергии этих мод происходит вследствие спонтанной излучательной дезактивации и описывается формулами:

$$Q_{R,m} = \rho_m \frac{E_{v,m}}{\tau_{R,m}} = \rho \frac{e_{v,m}}{\tau_{R,m}}.
 \tag{14}$$

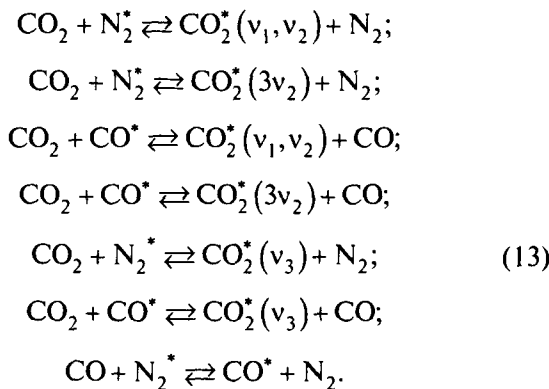
Значения обратных времен приведены в табл. 1 [12, 15, 16]. Для всех остальных энергетических мод полагаем $\tau_{R,m}^{-1} = 0$.

Скорость V-V переходов значительно больше скорости V-T переходов. Это обстоятельство позволяет предположить, что в ряде случаев выравнивание колебательной энергии как внутри самой молекулы, так и между различными молекулами происходит значительно быстрее, чем накачка этой

Таблица 1

| m | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|------------------------------|----|-----------------------------------|-----------------------------------|----------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| Колебательная мода | CO | CO ₂ (v ₂) | CO ₂ (v ₃) | N ₂ | H ₂ O(v ₁) | H ₂ O(v ₂) | H ₂ O(v ₃) |
| $\tau_m^{-1}, \text{c}^{-1}$ | 33 | 2,98 | 416 | 0 | 1,7 | 21,7 | 39,2 |

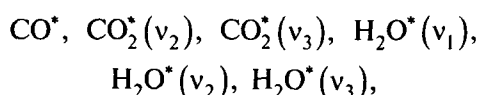
Межмолекулярные колебательно-колебательные V-V переходы



Скорости таких реакций рассчитываются по формулам из работ [6, 12, 13, 14].

Спонтанная излучательная дезактивация колебательных мод

Предполагается, что основные потери на излучение в уравнении энергии связаны со спонтанной излучательной дезактивацией колебательных мод



как это рекомендовано в работах [12, 15, 16].

энергии от других энергетических мод, и, следовательно, все колебательные температуры можно считать равными между собой. Такая модель термически неравновесного газа включает всего две температуры — поступательно-вращательную и колебательную — и поэтому называется двухтемпературной.

3. Результаты расчетов

Для тестирования предложенной модели в расчетах использован модельный двигатель, характеристики которого приведены в табл. 2.

На рис. 1 представлено осевое изменение поступательно-вращательной температуры и колебательных температур, относящихся к различным колебательным модам молекул на высоте 100 км.

Очевидно, что температуры различных колебательных энергетических мод существенно отличаются друг от друга, а также от поступательно-вращательной температуры T.

При использовании двухтемпературной модели единая колебательная температура T_v существенно отличается от других колебательных температур и наиболее близка к T_v(H₂O*(v₂)), для которой скорость T-V перехода наибольшая. Таким образом, при использовании формулы

$$Q_R = \sum_s Q_{R,s}
 \tag{15}$$

Таблица 2

| Параметры на срезе | Характеристики модельного ракетного двигателя |
|------------------------------|---|
| Скорость, м/с | 2900 |
| Давление, кг/см ² | 0,75 |
| Температура, К | 1900 |
| Угол на выходе, рад | 0,17453 |
| Радиус, м ² | 1 |
| Состав, мольные доли | |
| O ₂ | .1631 E -5 |
| CO | .08372E 0 |
| H | .2406 E -3 |
| O | .5037 E -6 |
| OH | .1521 E -3 |
| NO | .1058 E -4 |
| H ₂ | .05415E 0 |
| H ₂ O | .4053 E 0 |
| CO ₂ | .1461 E 0 |
| N ₂ | .3103 E 0 |
| Концентрация сажи, % | 0,05 |

скорость суммарного поступательно-колебательного перехода определяется в основном скоростью самого быстрого перехода.

На рис. 1,г показано влияние излучательной дезактивации на колебательную температуру CO₂^{*}(ν₃), которая соответствует длине волны излучения ~ 4,3 мкм. Очевидно, что сброс колебательной энергии за счет спонтанной излучательной дезактивации играет важнейшую роль.

Некоторые исследователи (например, Ф.С. Завелевич и др.[12]) считают, что основной вклад в излучение струи РД вносит слой смешения, а не ядро струи. На рис. 2 представлено расчетное распределение температур в центре слоя смешения в зависимости от продольной координаты *x*.

Очевидно, что в слое смешения колебательные температуры энергетических мод, соответствующие минимальной характеристической температуре θ_m (CO₂^{*}(ν₂) и H₂O^{*}(ν₂)), достаточно близки к поступательно-вращательной температуре *T*. Колебательные моды воды H₂O практически совпадают (примеры: рис. 2,д и е), что говорит о высокой скорости V-V переходов для H₂O.

Результаты расчетов с использованием кинетики T-V и V-V переходов Реброва и др.[13] и Ашратова и др.[6] близки друг к другу для T_v(CO^{*}),

T_v(CO₂^{*}(ν₂)), T_v(CO₂^{*}(ν₃)), T_v(N₂^{*}) (примеры: рис. 2,в и г). Представляется, что использование кинетики А.К. Реброва и др.[13] несколько завышает скорость T-V переходов для воды (сравним рис. 2,е и ж).

Колебательные моды T_v(CO^{*}), T_v(CO₂^{*}(ν₃)), T_v(N₂^{*}) с высокими колебательными характеристическими температурами θ_m сильно отстают от поступательной температуры, что говорит о сравнительно небольшой скорости V-V переходов для этих молекул.

Наиболее важным параметром, на который влияет колебательная неравновесность (релаксация), является тепловое излучение факела РД.

На рис. 3 представлена интенсивность излучения факела РД в диапазоне длин волн от 1 до 6 мкм для различных высот полета. Видно, что главный вклад в излучение факела РД на различных высотах вносят разные части струи: на сравнительно низкой высоте (*H* = 60 км) светит практически вся струя, на большой высоте (*H* = 100 км) основное излучение приходится на присопловую область (при сравнении рис. 3,а и б нужно иметь в виду, что размер струи на высоте 100 км более чем в 10 раз больше размера струи на высоте 60 км).

Основное излучение по спектру приходится на диапазон длин волн в районе 4,3 мкм (рис. 4), т. е. на ту длину волны, с которой происходит спонтанная излучательная дезактивация CO₂^{*}(ν₃).

Резонно предположить, что в качестве определяющей температуры, от которой зависит излучение факела, следует использовать не поступательную температуру *T*, как это обычно делается, а колебательную температуру T_v(CO₂^{*}(ν₃)).

На рис. 5 представлена зависимость силы излучения факела выхлопной струи модельного двигателя в зависимости от высоты полета с использованием в качестве определяющей температуры *T* и T_v(CO₂^{*}(ν₃)). При этом расчет последней проводился с использованием различных данных по кинетике энергетических переходов: Ашратова [6], Реброва [13] и по формуле Милликана [14].

Очевидно, что расчеты излучения по T_v(CO₂^{*}(ν₃)), полученные с использованием данных различных авторов по кинетике энергетических переходов, хорошо согласуются между собой и

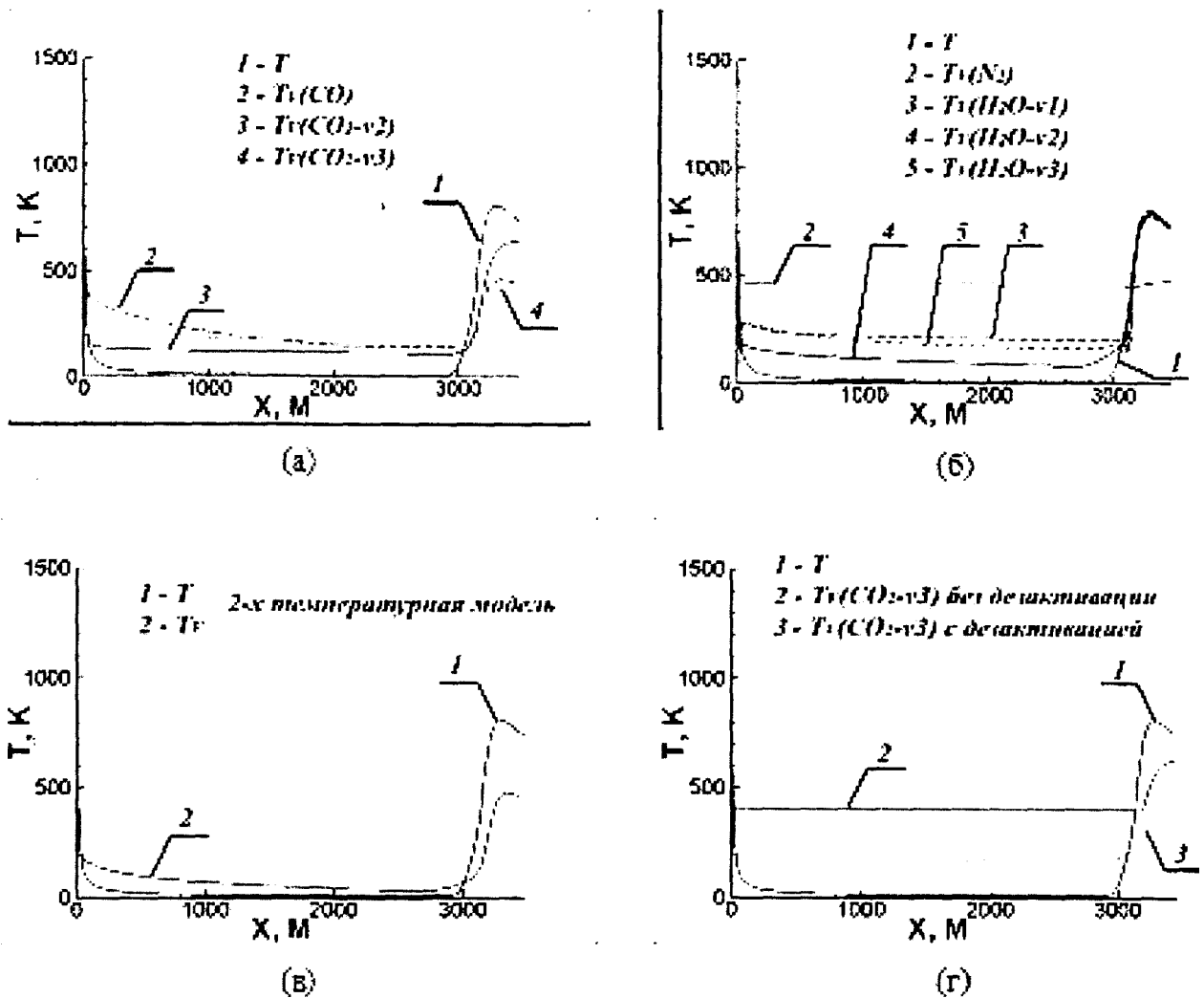


Рис. 1. Изменение поступательно-вращательной температуры и колебательных температур вдоль оси струи модельного двигателя на высоте 100 км (кинетика Реброва А.К. и др. [13])

а — с учетом излучательной дезактивации (1 — T , 2 — $T_v(\text{CO}^*)$, 3 — $T_v(\text{CO}_2^*(v_2))$, 4 — $T_v(\text{CO}_2^*(v_3))$);

б — с учетом излучательной дезактивации

(1 — T , 2 — $T_v(\text{N}_2^*)$, 3 — $T_v(\text{H}_2\text{O}^*(v_1))$, 4 — $T_v(\text{H}_2\text{O}^*(v_2))$, 5 — $T_v(\text{H}_2\text{O}^*(v_3))$);

в — с учетом излучательной дезактивации при использовании двухтемпературной модели (1 — T , 2 — T_v);

г — T (кривая 1), $T_v(\text{CO}_2^*(v_3))$ без учета (кривая 2) и с учетом (кривая 3) излучательной дезактивации

дают более реалистичную картину высотной зависимости излучения, чем расчеты с использованием поступательной температуры в качестве определяющей температуры.

Представляет интерес анализ пространственных распределений температур.

На рис. 6 сравниваются пространственные распределения температур T и $T_v(\text{CO}_2^*(v_3))$ на высоте 100 км, полученные при различных условиях расчета.

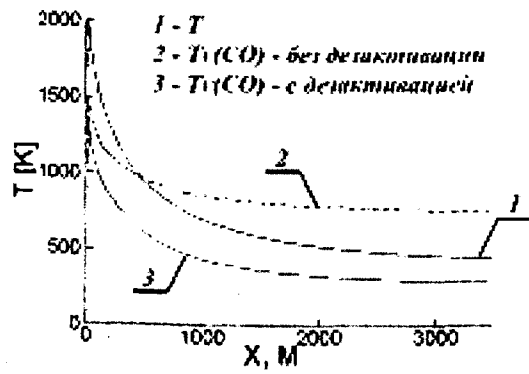
Очевидно, что поле колебательной температуры принципиально отличается от поля поступатель-

ной температуры и существенно зависит от спонтанной излучательной дезактивации $T_v(\text{CO}_2^*(v_3))$.

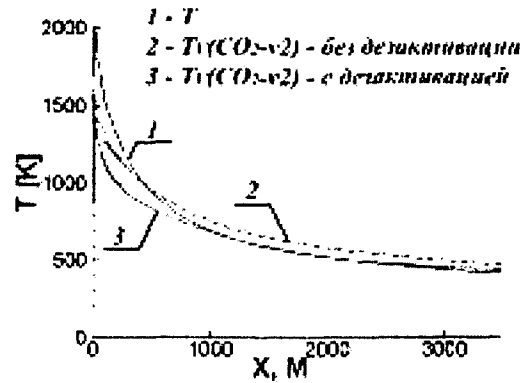
Результаты расчетов, полученные при использовании различных данных по кинетике, хорошо согласуются между собой.

То же самое можно сказать про колебательные моды $T_v(\text{CO}^*)$, $T_v(\text{CO}_2^*(v_2))$, $T_v(\text{N}_2^*)$.

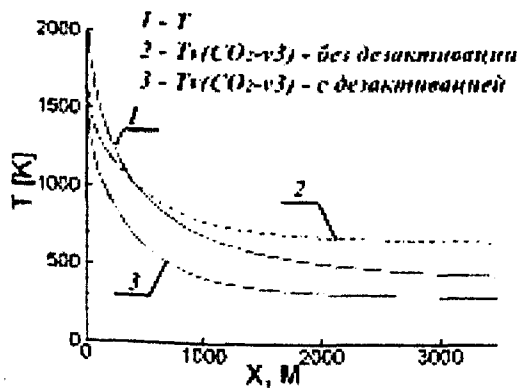
Следует отметить, что справочные данные разных авторов по кинетике энергетических переходов для H_2O сильно расходятся. На рис. 7 показаны поля температур асимметричной колебательной



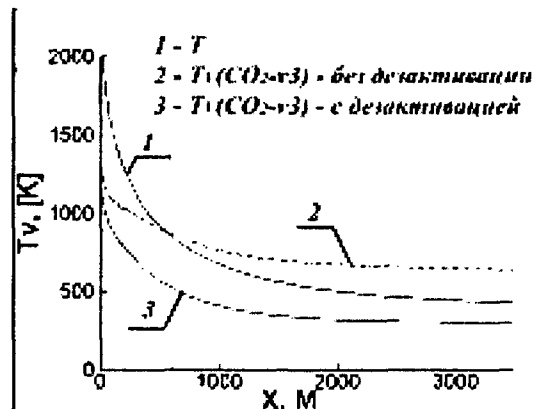
(а)



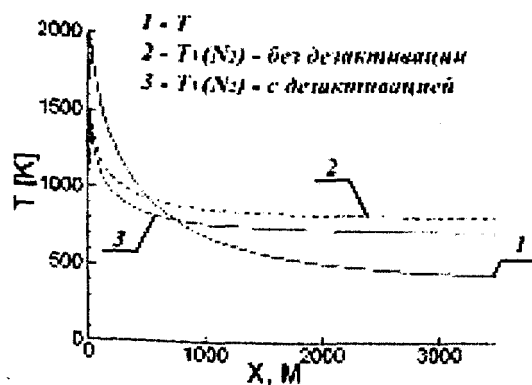
(б)



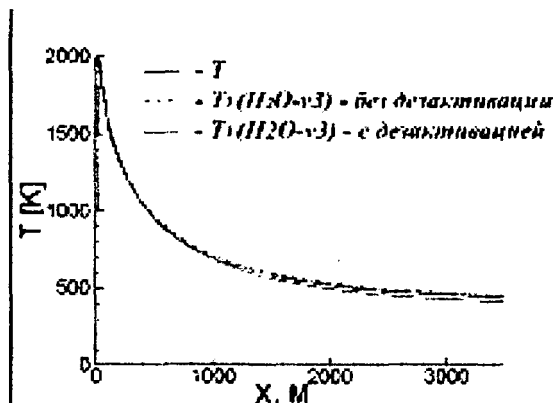
(в)



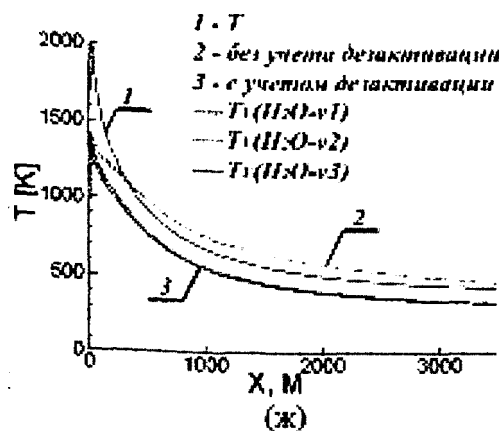
(г)



(д)



(е)



(ж)

Рис. 2. Изменение температур вдоль слоя смешения струи модельного двигателя на высоте 100 км (кинетика А.К. Реброва и др. [13], за исключением (д) и (ж), в которых используется кинетика Э.А. Ашратова и др. [6]):

- а — $T_v(\text{CO}^*)$; б — $T_v(\text{CO}_2^*(v_2))$; в — $T_v(\text{CO}_2^*(v_3))$;
- г — $T_v(\text{CO}_2^*(v_3))$; д — $T_v(\text{N}_2^*)$; е — $T_v(\text{H}_2\text{O}^*(v_3))$;
- ж — $T_v(\text{H}_2\text{O}^*(v_1)), T_v(\text{H}_2\text{O}^*(v_2)), T_v(\text{H}_2\text{O}^*(v_3))$

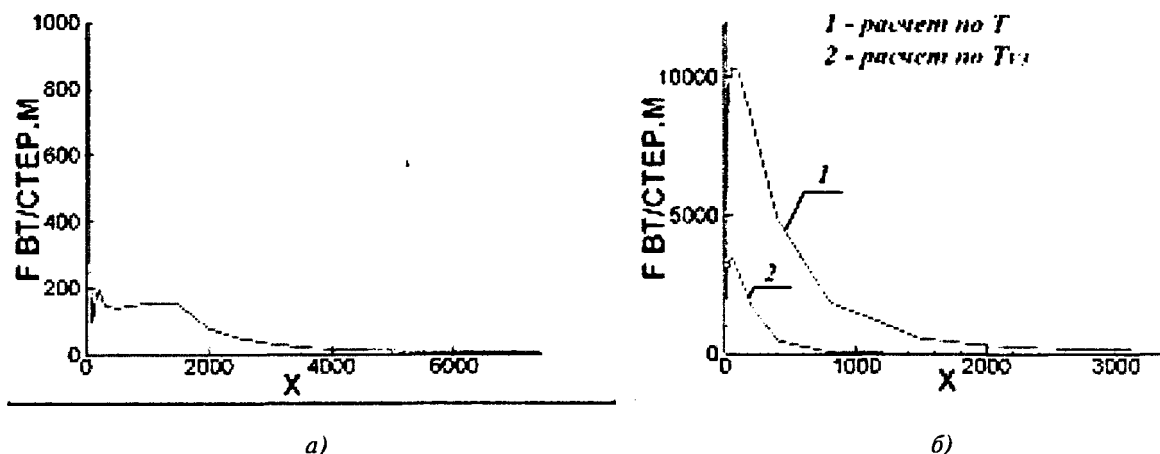


Рис. 3. Погонная сила излучения вдоль струи модельного двигателя:
а — 60 км; б — 100 км

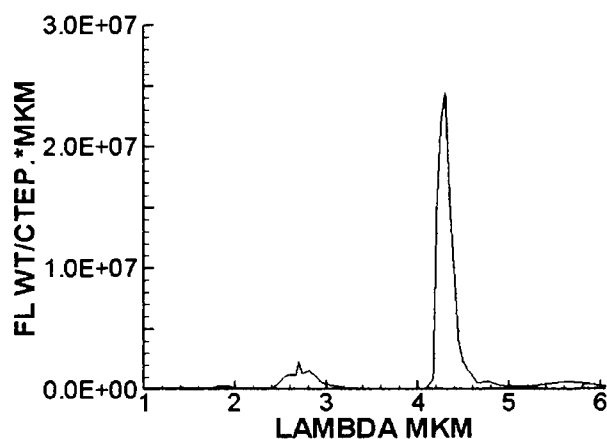


Рис. 4. Спектральная плотность энергетической яркости факела модельного двигателя в зависимости от длины волны на высоте 100 км

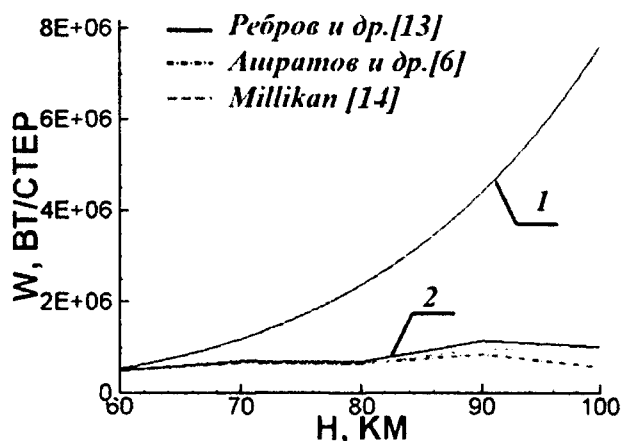


Рис. 5. Зависимость силы излучения факела выхлопной струи модельного двигателя от высоты полета с использованием в качестве определяющей температуры:

1 — T ; 2 — $T_v(\text{CO}_2^*(v_3))$

моды воды $\text{H}_2\text{O}^*(v_3)$, полученные при использовании кинетических данных из разных источников [6, 13, 14]. Результаты, полученные при использовании формулы Милликана [14], существенно отличаются от результатов других авторов.

Выводы

Проведенный численный анализ высотных струй РД показал важность учета колебательной релаксации при расчете излучения на высотах полета от 60 км. Высотный ход излучения существенно зависит от выбора модели расчета излучения и констант скоростей релаксационных процессов. Показано, что основной вклад в излучение факела РД на различных высотах вносят разные части струи: на сравнительно низкой высоте ($H=60$ км) светит практически вся струя, на большой высоте

($H=100$ км) основное излучение приходится на присопловую область.

Показано, что температуры различных колебательных энергетических мод существенно отличаются друг от друга, а также от поступательно-вращательной температуры. Поля колебательных температур принципиально отличаются от поля поступательной температуры и существенно зависят от спонтанной излучательной дезактивации.

Анализируя полученные результаты расчетов, можно рекомендовать для использования справочные данные по кинетике энергетических переходов, предложенные А.К. Ребровым и др. в работе [13], за исключением $T-V$ переходов для воды, для которых данные из работы Э.А. Ашратова и Н.В. Дубинской [6] дают наиболее правдоподобные результаты.

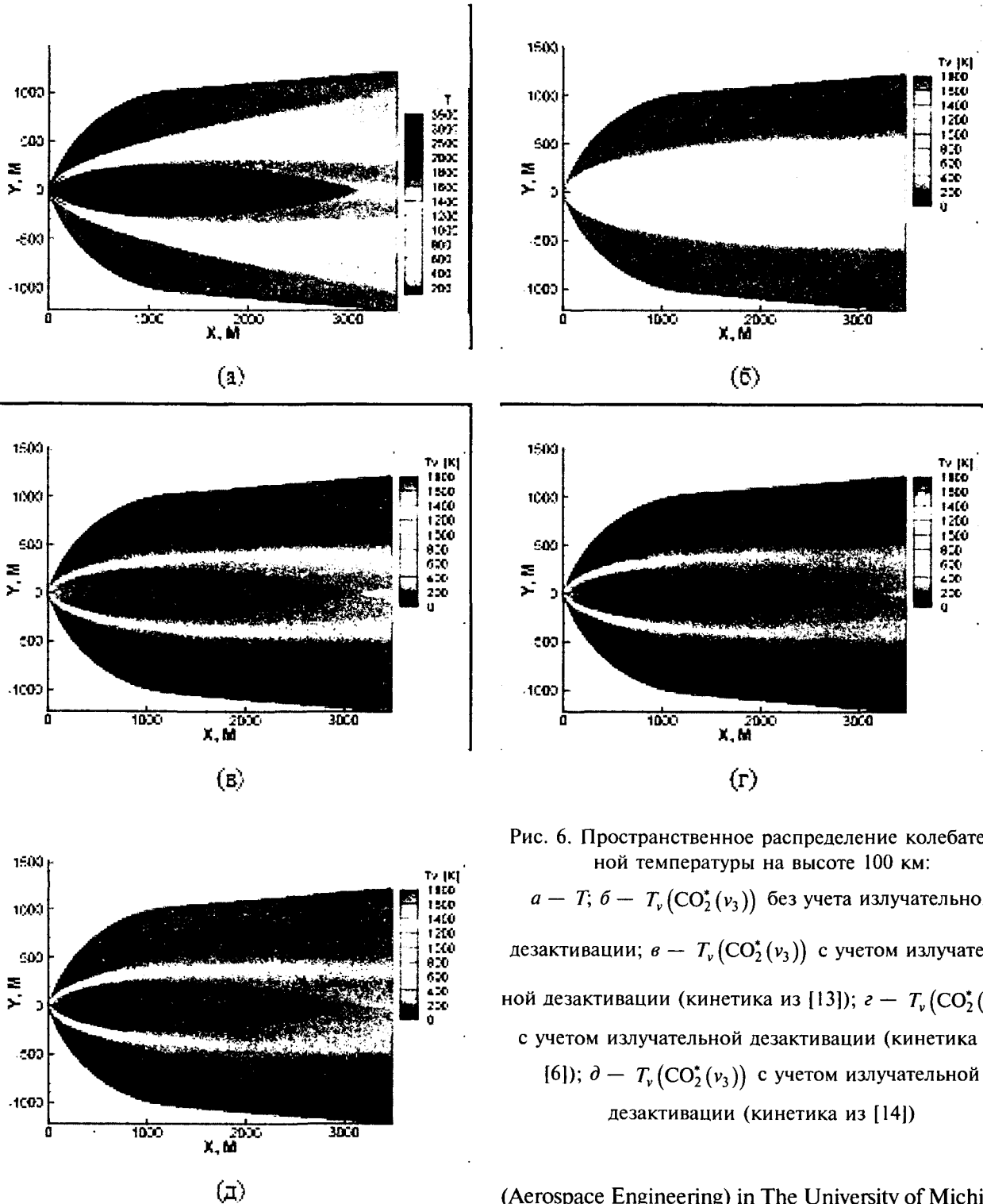


Рис. 6. Пространственное распределение колебательной температуры на высоте 100 км:

- a* — T ; *б* — $T_v(\text{CO}_2^*(v_3))$ без учета излучательной дезактивации;
- в* — $T_v(\text{CO}_2^*(v_3))$ с учетом излучательной дезактивации (кинетика из [13]);
- г* — $T_v(\text{CO}_2^*(v_3))$ с учетом излучательной дезактивации (кинетика из [6]);
- д* — $T_v(\text{CO}_2^*(v_3))$ с учетом излучательной дезактивации (кинетика из [14])

(Aerospace Engineering) in The University of Michigan. 2007.

3. Candler G.V., MacCormack R.W. Computation of Weakly Ionized Hypersonic Flows in Thermochemical Nonequilibrium / J. Thermophysics. 1991. Vol.5. No.3. P.266-272.

4. Gnoffo P.A., Gupta R.N. and Shinn J.L. Conservation equations and physical models for hypersonic air flows in thermal and chemical nonequilibrium // NASA-TP-2867, NASA Langley, Hampton, Virginia, 1989.

Библиографический список

1. Осипов А.И., Уваров А.В. Кинетические и газодинамические процессы в неравновесной молекулярной физике // Успехи физических наук. 1992. Т. 162. № 11. С.1-42.

2. Scalabrin L.C. Numerical Simulation of Weakly Ionized Hypersonic Flow over Reentry Capsules // A dissertation submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy

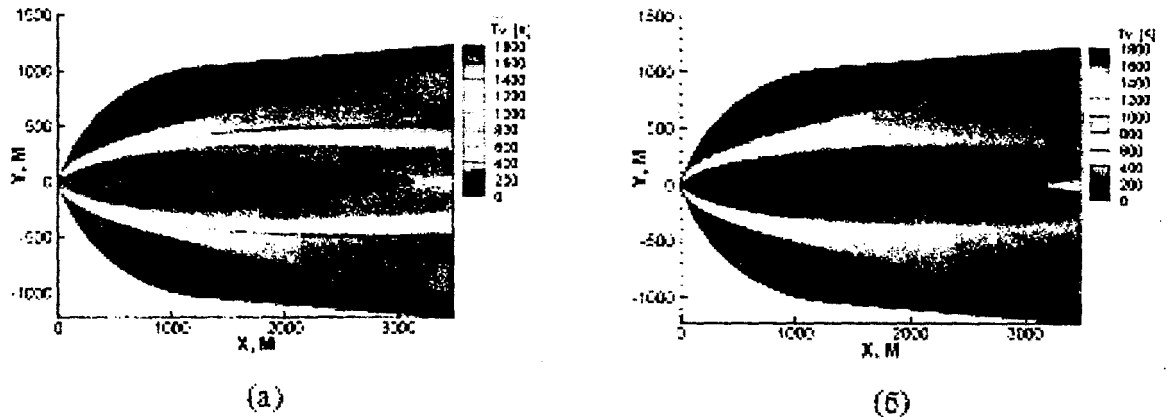
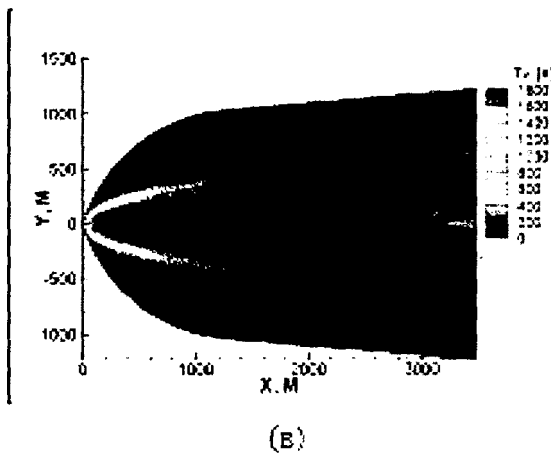


Рис. 7. Пространственное распределение колебательной температуры $H_2O^*(v_3)$ на высоте 100 км:
 а — $T_v(H_2O^*(v_3))$ с учетом излучательной дезактивации (кинетика из [13]); б — $T_v(H_2O^*(v_3))$ с учетом излучательной дезактивации (кинетика из [6]);
 в — $T_v(H_2O^*(v_3))$ с учетом излучательной дезактивации (кинетика из [14])



5. Vitkin E.A., Karelin V.G., Kirillov A.A., Suprun A.S., Khadyka Ju.V. A physico-mathematical model of rocket exhaust plumes // Int. J. Heat Mass Transfer. 1997. Vol. 40. No. 5. P.1227-1241.

6. Ashratov E.A., Dubinskaya N.V. Investigation of nozzle flows with vibrational relaxation // Computational Methods and Programming. 1977. Moscow. P.96-115.

7. Penny H.C. and Henry Aroeste. Vibrational Relaxation Times of Diatomic Molecules and Rocket Performance // The Journal of Chemical Physics. 1955. Vol. 23. No.7. P.1281-1283.

8. Stollery J.L., Smith J.E. A note on the variation of vibrational temperature along a nozzle // Journal of Fluid Mechanics, 1962. Vol. 13. P.225-236.

9. Blauer J.A., Nickerson G.R. A Survey of Vibrational Relaxation Rate Data for Processes Important to CO₂-N₂-H₂O Infrared Plume Radiation // Ultrasystems, Incorporated, Technical rept. Report Number 0455177. 1973.

10. Лосев С.А. Газодинамические лазеры. — М.: Наука, 1977.

11. Ландау Л.Д., Теллер Е. // Собрание трудов. — М.: Наука, 1969. Т.1. С. 181.

12. Завелевич Ф.С., Ушаков Н.Н. Разработка методов и программ расчета параметров высотных струй при наличии спутного потока с учетом колебательной релаксации // НИИТП им. КЕЛДЫША. Научно-технический отчет. Инв.№1962. Договор № 200-И/009-94 от 31.03.94. 1994.

13. Ребров А.К. Неравновесные процессы в свободных струях // Современные проблемы теории теплообмена и физической гидрогазодинамики. — Новосибирск, 1984. С.126-144.

14. Millikan R.C., White D.R. Systematics of vibrational relaxation // J. of Chem. Phys. 1963. V.39. P.3209-3213.

15. Ачасов О.В., Рагозин Д.С. Константы колебательного энергообмена в лазерно-активных средах CO₂-ГДЛ с добавками O₂, H₂O, CO // Препринт № 16, ИТМО, Минск, Белоруссия, 1986.

16. Булгакова Н.М. Физико-химическое взаимодействие молекулярных газов с газом верхней атмосферы // Дисс. на соискание ученой степени к.ф.-м.н. Новосибирск, Институт теплофизики СО РАН, 1985.