6. Численные методы решения уравнений переноса турбулентных характеристик.

Уравнения для турбулентных параметров ($K, \varepsilon, \widetilde{f''^2}, \varepsilon_f$ и т.п.) по своей структуре мало отличаются от основных уравнений Навье-Стокса, и для их решения можно легко использовать численные методы, описанные в главе 3.

Единственное принципиальное отличие – наличие источника $\boldsymbol{S}$ в правой части уравнения (1.1) главы 3:

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t} + \frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial x} + \frac{\partial \boldsymbol{G}}{\partial y} + \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial z} = \boldsymbol{S} \tag{6.1}$$

Для численной аппроксимации источника используется линеаризованное неявное представление:

$$\boldsymbol{S}^{n+1} = \boldsymbol{S}^{n} + \left(\frac{\partial \boldsymbol{S}}{\partial \boldsymbol{U}} \right)^{n} \left(\boldsymbol{U}^{n+1} - \boldsymbol{U}^{n} \right) \tag{6.2}$$

При этом для приблизительного расчета матрицы Якоби $\dfrac{\partial \boldsymbol{S}}{\partial \boldsymbol{U}}$ можно использовать следующую диагональную форму:

$$\frac{\partial \boldsymbol{S}}{\partial \boldsymbol{U}} = \begin{pmatrix} s_{11} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & s_{nn} \end{pmatrix} \tag{6.3}$$

где

$$s_{ii} = -\frac{|S_i|}{\max\left(|U_i|, \chi\right)} \tag{6.4}$$

$\chi = 10^{-10} \div 10^{-12}$ - малое число необходимое для ограничения производной.

Кроме того, сходимость численного метода существенно улучшается, если использовать демпфирование генерации: $\mathrm{P}_K \le (10 \div 20)\rho\varepsilon$.