

4.1. Подсчет величины изменения внутренней энергии

Поскольку внутренняя энергия, как часть собственной энергия тела, является однозначной функцией состояния, а состояние тела определяется его термодинамическими параметрами p, v, t , то, следовательно, внутренняя энергия является однозначной, непрерывной функцией параметров состояния $u=f(p, v, t)$.

Следовательно, если имеют место различные термодинамические процессы, приводящие газ из одного и того же начального состояния в одно и то же конечное состояние 2, то во всех этих процессах изменение внутренней энергии будет одно и то же (рис. 4.1)

$$\Delta u_a = \Delta u_b = \Delta u_c = u_2 - u_1 = f(p_2, v_2, t_2) - f(p_1, v_1, t_1).$$

Согласно основному уравнению для внутренней кинетической энергии идеального газа имеем: $U_{кин} = \frac{mW^2}{2} = \frac{3}{2} \kappa T$, т.е. внутренняя энергия идеального газа есть однозначная функция только от температуры и не зависит от давления и объема $u=f(T)$. Следовательно, для идеального газа $\Delta u = u_2 - u_1 = \phi(T_2) - \phi(T_1)$. Пусть один и тот же идеальный газ участвует в различных термодинамических процессах, каждый из которых совершается в одном и том же диапазоне температур от T_1 до T_2 (рис. 4.1). Во всех этих процессах $\Delta u = \text{const}$, т.е. $\Delta u_a = \Delta u_b = \Delta u_c = \phi(T_2) - \phi(T_1)$. Следовательно, если определить значение Δu в каком-либо из этих процессов, то это соотношение будет верно и для всех остальных.

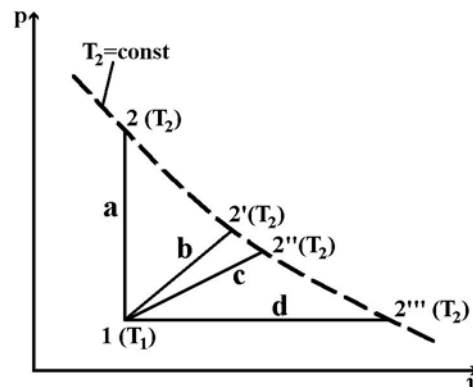


Рис. 4.1

Рассмотрим процесс a , в этом процессе 1-2 $v=\text{const}$, следовательно, работа этого процесса $dl=pdv=0$.

Теплоемкость в этом процессе $c=c_v$, следовательно, тепло в этом процессе $dq_v=c_vdT$ или $q_v=c_v\Delta T$.

Применим уравнение первого закона термодинамики для этого процесса: $dq=du+pdv$, т.к. $pdv=0$, то $dq_v=du$, т.к. $dq_v=c_vdT$, то

$$du=c_vdT, \quad u=c_vT.$$

Итак,

$$q_v=\Delta u=c_v\Delta T=c_v(T_2-T_1).$$

Итак, какой бы процесс не совершался с изменением температуры идеального газа от T_1 до T_2 , изменение внутренней энергии этого газа во всех процессах будет одно и то же и будет равно изменению его внутренней энергии в процессе $V=\text{const}$, в котором происходит то же изменение температуры.

Следовательно, $\Delta u=\Delta u_a=\Delta u_b=\dots=c_v(T_2-T_1)$.

Уравнение первого закона термодинамики в окончательном расчетном виде

$$dq=c_vdT+pdv. \quad (4.1)$$

Если считать $c_v=\text{const}$, то в интегральном виде получим

$$q=c_v(T_2-T_1)+\int_{v_1}^{v_2}pdv; \quad (4.2)$$

для произвольного количества газа

$$Q=mc_v(T_2-T_1)+\int_{V_1}^{V_2}pdV. \quad (4.3)$$

4.2. Энтропия и ее изменение в обратимых термодинамических процессах

При исследовании условий превращения тепла в работу Клаузиусом была введена в термодинамику специальная математическая функция

состояния - энтропия. Это математическая функция помогла вскрыть специфичность теплоты при ее превращениях в работу. В настоящее время роль и значение этой математической функции значительно возросли и далеко перешагнули за рамки исследования тепловых превращений.

Энтропия является функцией состояния, и с ее помощью анализируются многие процессы, происходящие в природе, вплоть до анализа развития звездных миров, развития жизни, теории информации и др.

Итак, пусть имеется какой-то источник тепла с температурой T , которой передает ТРТ в бесконечно малом обратимом термодинамическом процессе некоторое количество тепла dq . Так как процесс термодинамически обратим, то при этом предполагается, что все реальные потери отсутствуют. Отношение тепла dq , сообщенного рабочему телу к температуре T , при которой это тепло сообщается, дает новую математическую функцию состояния, полный дифференциал которой равен

$$ds = \frac{dq}{T}, \quad (4.4)$$

где s - функция состояния; ds - полный дифференциал. Эта функция состояния s и называется энтропией.

Для произвольного количества m , кг ТРТ:

$$dS = \frac{dQ}{T}. \quad (4.5)$$

Тепло Q по своему существу является функцией процесса, а дифференциал этой функции dQ - неполным дифференциалом. Из определения энтропии получили, что при делении неполного дифференциала на абсолютную температуру T получается полный дифференциал dS , следовательно, абсолютная температура T является интегрирующим делителем, который неполный дифференциал dQ превращает в полный дифференциал dS .

Поскольку энтропия S - функция состояния, то в интегральном виде для любого обратимого термодинамического процесса изменение энтропии ΔS определится как

$$\Delta S = \int_1^2 dS = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = S_2 - S_1. \quad (4.6)$$

Следовательно, для любого обратимого замкнутого термодинамического процесса, т.е. цикла

$$\oint dS = \oint \frac{dQ}{T} = 0. \quad (4.7)$$

По изменению энтропии (4.4) можно определить количество тепла, участвующего в данном процессе:

$$dq = Tds. \quad (4.8)$$

Для конечного участка 1-2

$$q = \int_1^2 Tds. \quad (4.9)$$

Формулы, определяющие изменение энтропии в обратимых термодинамических процессах

Энтропия как функция состояния является функцией параметров состояния $s=f(p, v, T)$, следовательно,

$$\Delta s = \int_1^2 ds = \int_1^2 \frac{dq}{T} = f(p_2, v_2, T_2) - f(p_1, v_1, T_1).$$

Так как по уравнению состояния все три параметра состояния взаимно связаны, то эту зависимость можно упростить и фактически

$$s=f(p, v)=f_1(p, T)=f_2(v, T).$$

Получим явный вид этих соотношений.

По первому закону термодинамики имеем $dq=c_v dT+pdv$. Тепло процесса можно определить (4.8): $dq=Tds$.

Следовательно,

$$Tds=c_v dT+pdv; \quad ds=c_v \frac{dT}{T} + \frac{p}{T} dv,$$

но $\frac{p}{T} = \frac{R}{\nu}$ (по уравнению состояния идеальных газов).

Следовательно,

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{d\nu}{\nu}.$$

Интегрируя это дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными для конечного участка процесса 1-2, получаем

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{\nu_2}{\nu_1}. \quad (4.10)$$

Остальные два соотношения для подсчета Δs получаются из уравнения (4.10) путем замены одного из параметров состояния через два других по соотношению параметров:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 \nu_2}{p_1 \nu_1}.$$

Подставляя последнее соотношение в (4.10), получаем:

$$S_2 - S_1 = c_v \ln \frac{p_2}{p_1} + c_v \ln \frac{\nu_2}{\nu_1} + R \ln \frac{\nu_2}{\nu_1},$$

т.к. $c_v + R = c_p$ (по уравнению Майера), то получим

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{\nu_2}{\nu_1} + c_v \ln \frac{p_2}{p_1}. \quad (4.11)$$

Из соотношения параметров имеем $\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{T_2 p_1}{T_1 p_2}$.

Подставляя это соотношение параметров состояния в (4.11), получаем:

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - c_p \ln \frac{p_2}{p_1} + c_v \ln \frac{p_2}{p_1},$$

т.к. $c_p - c_v = R$, то

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}. \quad (4.12)$$

Полученные формулы (4.10)-(4.12) дают возможность определить приращение энтропии, а не ее абсолютную величину. Поэтому для удобства применения величины S условно принимают энтропию для определенного

состояния, равной нулю ($S_{нач}=0$). Обычно $S_{нач}=0$ принимают для давления $p=1$ ата и $t=0^\circ\text{C}$. При этом условия для других состояний рабочего тела энтропия получается в виде положительного или отрицательного приращения. Абсолютные же значения энтропии могут быть определены по третьему закону термодинамики при помощи калориметрического, статистического или спектроскопического методов.

Энтропийные или тепловые диаграммы Ts

Как уже было установлено, энтропия есть функция состояния тела и, следовательно, зависит от параметров состояния тела и совершенно не зависит от характера протекания самого процесса, происходящего с рабочим телом. Каждому равновесному состоянию тела соответственно вполне определенное значение энтропии и обратно. Следовательно, энтропия может рассматриваться как некоторый новый термодинамический параметр состояния тела. Последнее позволяет выбрать новую систему координат Ts для изображения термодинамических процессов и отдельных состояний рабочего тела (рис. 4.2).

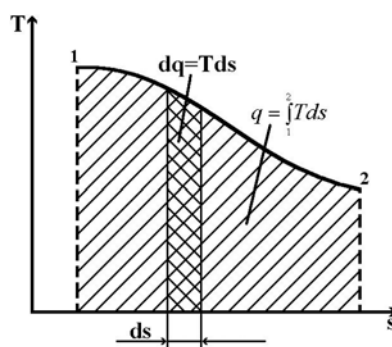


Рис.4.2

Итак, имеем $ds = \frac{dq}{T}$; $dq = Tds$ или для конечного участка процесса 1-2

получим

$$q = \int_1^2 Tds .$$

Тогда в системе координат Ts получим, что площадь под любым процессом, ограниченная крайними ординатами и осью абсцисс, представляет собой внешнее тепло, участвующее в процессе. В технической

термодинамике принято считать тепло, подводимое к системе, ТРТ, величиной положительной, а отводимое - величиной отрицательной.

Из уравнения $ds = \frac{dq}{T}$ видно, что знак у ds будет следовать за знаком dq ,

т.к. T всегда существенно положительная величина.

Следовательно, если в процессе тепло подводится, то энтропия в этом процессе будет возрастать ($+dq, +ds$) и, наоборот, если тепло отводится, то энтропия будет уменьшаться ($-dq, -ds$).

При изображении термодинамических процессов в координатах Ts по изменению энтропии легко можно определить подводится или отводится тепло в этих процессах.

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ С ИДЕАЛЬНЫМИ ГАЗАМИ

При исследовании любого термодинамического процесса необходимо:

1. Найти соотношения между параметрами в явном виде:

$$p=f(v, T); v=f_1(p, T); T=f_2(p, T).$$

2. Дать формулы подсчета количества тепла, участвующего в процессе q или Q .

3. Дать формулы подсчета величины внешней работы, совершенной газом l или L .

4. Подсчитать изменение внутренней энергии, энтальпии и энтропии в исследуемом процессе $\Delta u, \Delta h, \Delta s$ или $\Delta U, \Delta H, \Delta S$.

5. Построить схему превращения энергий в термодинамическом процессе согласно основному уравнению первого закона термодинамики.

Термодинамические процессы - это процессы превращения различных энергетических факторов друг в друга (теплоты в механическую работу и внутреннюю энергию, или наоборот). Теплота может быть заимствована, как из внешнего источника тепла, так и из внутренней энергии рабочего тела или появиться в результате затраты работы.

Каждый термодинамический процесс имеет вполне определенный, только ему присущий характер распределения энергетических составляющих.

А.С. Ястржембским был предложен весьма наглядный способ графической интерпретации превращения энергии в термодинамических процессах. Для этого вводятся следующие обозначения энергетических составляющих согласно первому закону термодинамики:

○ - внешнее тепло q , подводимое или отводимое от термодинамической системы, Δu - изменение внутренней энергии системы, \square - совершенная или затраченная системой работа l .

В качестве примера на рис. 4.3 показано взаимное расположение всех составляющих основного уравнения первого закона термодинамики.

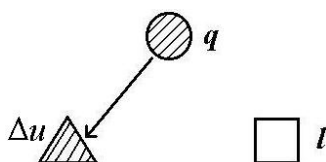


Рис. 4.3

Штриховка указывает на то, что данная составляющая претерпевает изменение в процессе, а направление взаимного превращения всех энергетических факторов дается стрелками.

На схеме, изображенной на рис. 4.3, внешнее тепло q целиком идет на изменение внутренней энергии системы Δu , а внешняя работа деформации (расширение или сжатие) не претерпевает никаких изменений, т.е. в этом процессе $l=0$.

При исследовании термодинамических процессов будем полагать, что все процессы равновесны и обратимы, теплоемкость газа - величина постоянная для любой точки процесса $c=\text{const}$.

Политропный процесс

Политропным процессом называется процесс, подчиняющийся определенной закономерности превращения энергии.

В любом термодинамическом процессе согласно первому закону термодинамики тепло, извне подведенное к рабочему телу, тратится на изменение внутренней энергии Δu и совершение работы l , т.е. каждому термодинамическому процессу отвечает свой, строго определенный закон превращения и распределения энергии.

Пусть в общем случае в процессе на изменение внутренней энергии пошла часть тепла ψ , тогда

$$\Delta u = \psi \cdot q \quad (4.13)$$

на внешнюю механическую работу пойдет $(1 - \psi)$ количества тепла, тогда

$$l = (1 - \psi)q. \quad (4.14)$$

Отношение $\frac{\Delta u}{q}$ имеет вполне определенное постоянное значение для политропного процесса:

$$\psi = \frac{\Delta u}{q} = \text{const}; \quad \psi = \frac{du}{dq} = \text{const}. \quad (4.15)$$

Политропным процессом называют такой процесс изменения состояния рабочего тела, в котором во внутреннюю энергию в течение всего процесса, превращается одна и та же доля количества внешнего тепла.

Величина ψ называется коэффициентом распределения тепла.

Уравнение политропного процесса в p - v - координатах

Тепло, сообщаемое газу в политропном процессе,

$$dq = cdT. \quad (4.16)$$

Согласно первому закону термодинамики имеем

$$dq = dh - vdp = c_p dT - vdp;$$

$$dq = du + pdv = c_v dT + pdv;$$

$$dh = c_p dT$$

Учитывая (4.16), получаем $cdT = c_p dT - vdp$; $cdT = c_v dT + pdv$

или

$$(c - c_p)dT = -vdp; \quad (4.17)$$

$$(c - c_v)dT = pdv. \quad (4.18)$$

Разделив почленно (4.17) на (4.18), получим

$$\frac{c - c_p}{c - c_v} = -\frac{v}{p} \frac{dp}{dv}.$$

Обозначим в последнем уравнении отношение

$$n = \frac{c - c_p}{c - c_v}, \quad (4.19)$$

где n - показатель политропного процесса.

Следовательно, имеем

$$n = -\frac{v}{p} \cdot \frac{dp}{dv}.$$

Разделив переменные, получим

$$\frac{dp}{p} = -n \frac{dv}{v}.$$

После интегрирования и подстановки пределов, имеем

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = -n \ln \frac{v_2}{v_1} = \ln \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^n.$$

Потенцируя, получим

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^n. \quad (4.20)$$

Отсюда

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n = \text{const}, p v^n = \text{const}. \quad (4.21)$$

Уравнение (4.21) и является уравнением политропного процесса.

Другие соотношения между параметрами состояния в политропном процессе

Напишем уравнение состояния для 1-й и 2-й точек процесса:

$$p_1 v_1 = RT_1; \quad p_2 v_2 = RT_2.$$

Отсюда

$$\frac{p_1 v_1}{p_2 v_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Ранее было получено (4.21)

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^n.$$

Следовательно,

$$\frac{p_1 v_1}{p_2 v_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^n \left(\frac{v_1}{v_2} \right) = \frac{T_1}{T_2},$$

т.е.

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{n-1}. \quad (4.22)$$

Аналогично

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{p_1 v_1}{p_2 v_2} = \frac{p_1}{p_2} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{n}} = \frac{p_1^{1-\frac{1}{n}}}{p_2^{1-\frac{1}{n}}},$$

т.е.

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{n-1}{n}}. \quad (4.23)$$

Теплоемкость газа в политропном процессе

По определению имеем $\psi = \frac{du}{dq}$, отсюда

$$dq = \frac{du}{\psi} = \frac{c_v}{\psi} dT. \quad (4.24)$$

Отношение $\frac{c_v}{\psi}$ называется теплоемкостью политропного процесса

$$c = \frac{c_v}{\psi}, \quad (4.25)$$

кроме того, из уравнения (4.19)

$$n = \frac{c - c_p}{c - c_v},$$

отсюда $nc - nc_v = c - c_p$ или $nc - c = nc_v - c_p$.

Тогда

$$c = c_v \frac{n - \kappa}{n - 1}. \quad (4.26)$$

Следовательно, теплоемкость идеального газа зависит от показателя политропы.

Тепло q в политропном процессе может быть определено

$$q = c \Delta T. \quad (4.27)$$

Используя соотношение (4.26), получаем:

$$q = c_v \frac{n - \kappa}{n - 1} (T_2 - T_1). \quad (4.28)$$

Коэффициент распределения тепла в политропном процессе ψ так же можно выразить как функцию от показателя политропы n .

Используем соотношения (4.25) и (4.26):

$$c = \frac{c_v}{\psi} \quad \text{и} \quad c = c_v \frac{n - \kappa}{n - 1}.$$

Следовательно,

$$\psi = \frac{n - 1}{n - \kappa}. \quad (4.29)$$

Изменение внутренней энергии в политропном процессе может быть определено

$$\Delta u = \psi q = \frac{n - 1}{n - \kappa} q. \quad (4.30)$$

Работа расширения газа в политропном процессе определяется следующим образом:

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv.$$

Используя соотношения для политропного процесса (4.20):

$$p\nu^n = \text{const} = p_1\nu_1^n = p_2\nu_2^n; \quad p = \frac{\text{const}}{\nu^n},$$

получаем

$$l = \text{const} \int_{\nu_1}^{\nu_2} \frac{d\nu}{\nu^n}.$$

Интегрируя, подставляя пределы и значение const, получаем:

$$l = \frac{1}{n-1}(p_1\nu_1 - p_2\nu_2); \quad (4.31)$$

$$l = \frac{p_1\nu_1}{n-1} \left(1 - \frac{p_2\nu_2}{p_1\nu_1} \right); \quad (4.32)$$

$$l = \frac{p_1\nu_1}{n-1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right); \quad (4.33)$$

$$l = \frac{RT_1}{n-1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right); \quad (4.34)$$

$$l = \frac{p_1\nu_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{\nu_1}{\nu_2} \right)^{n-1} \right]; \quad (4.35)$$

$$l = \frac{p_1\nu_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]. \quad (4.36)$$

Для произвольного количества m кг газа, участвующего в процессе, работа расширения будет определяться:

$$L = ml.$$

Уравнение политропного процесса в Ts - координатах

Теплота в политропном процессе может быть подсчитана $dq = cdT$ или $dq = Tds$, отсюда $Tds = cdT$ или

$$ds = c \frac{dT}{T}. \quad (4.37)$$

Интегрируя (4.37) для конечного участка процесса 1-2, получаем

$$s_2 - s_1 = c \ln \frac{T_2}{T_1}, \quad (4.38)$$

где

$$c = c_v \frac{n - \kappa}{n - 1}.$$

Уравнение (4.38) показывает, что в общем случае политропа в системе координат Ts будет некоторой кривой линией, вид и положение которой зависит от величины показателя политропы n .

Политропный процесс является обобщающим, из соотношений которого вытекают как частные случаи уравнения основных термодинамических процессов, (изохорного, изобарного, изотермического и адиабатного).

Определение показателя политропы n по диаграмме $p\nu$

Изобразим политропный процесс $p\nu^n = \text{const}$ в координатах $p\nu$ (рис. 4.4).

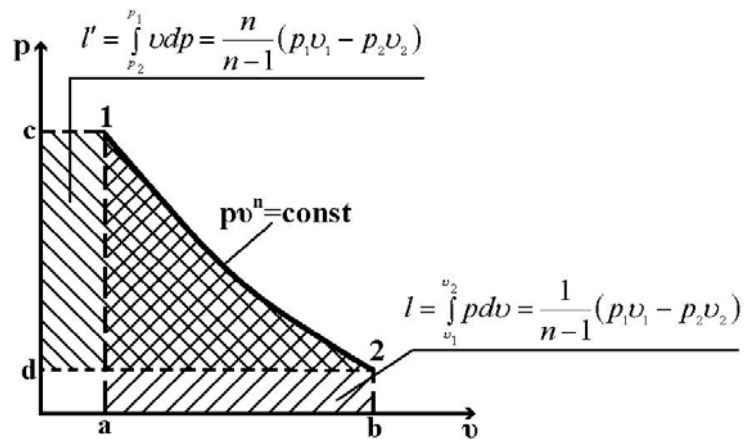


Рис. 4.4

Определим по диаграмме значение площадей $a12b$ и $c12d$. Эти площади будут соответственно равны:

$$a12b = l = \int_{\nu_1}^{\nu_2} p d\nu = \frac{1}{n-1} (p_1 \nu_1 - p_2 \nu_2);$$

$$c12d = l' = \int_{p_2}^{p_1} \nu d p = \frac{n}{n-1} (p_1 \nu_1 - p_2 \nu_2).$$

Сравнивая l и l' , получим, что $l' = nl$, отсюда

$$n = \frac{l'}{l} = \frac{n l . c12d}{n l . a12b}.$$